

Plik: 34R_____MM55 Mech Płynów WymMasyCiePędu Teor - Zad.- Lab.

Konspekt do ćwiczeń audytoryjnych i laboratoryjnych z przedmiotów

„Mechanika Płynów”
„Wymiana ciepła, masy i pędu w procesach
metalurgicznych i odlewniczych”

2013

Adam Gradowski

(agrad@agh.edu.pl, agraddom@interia.pl)

Kod = 201355

Aktualizacja : 6.03.2013

Mechanika płynów oraz Wymiana ciepła, masy i pędu w proc. odlewniczych. #MM55 A. Gradowski

Spis treści

1.	Podstawowe i uzupełniające jednostki wielkości fizycznych	4
2.	Podstawowe pojęcia i rodzaje przepływu płynów	5
3.	Równanie równowagi płynu w polu sił ciężkości (statyka płynów)	8
4.	Podstawowe prawa statyki płynów	10
5.	Prasa hydrauliczna Bramaha	10
6.	Rodzaje ciśnień	11
7.	Przeliczanie jednostek ciśnienia	12
8.	Przykłady zadań	13
9.	Równanie Bernoulliego dla płynu doskonałego	13
10.	Równanie Bernoulliego dla płynu rzeczywistego	14
11.	Współczynniki lokalnych strat energii	17
12.	Natężenie przepływu i prawo ciągłości	18
13.	Przykłady zadań	19
14.	Przepływ laminarny płynu lepkiego w przewodzie o przekroju kołowym (model Hagena –Poiseuille’a)	30
15.	Przepływ płynu w układzie przewodów połączonych równolegle	31
16.	Przykład określenia oporów przepływu w płynie rzeczywistym	33
16. 1.	Praca kontrolna	35
16. 2.	Własności fizyczne wody	35
17.	Przykład analizy straty ciśnienia w układzie wlewowym	38
18.	Wymiana ciepła w warunkach konwekcji naturalnej	40
19.	Przykłady zadań	41
20.	Wybrane zagadnienia z teorii podobieństwa	43
21.	Przykłady zadań z przepływu ciepła i masy	44
22.	Napór hydrodynamiczny strumienia cieczy	45
23.	Zastosowanie prawa Archimedesesa do projektowania technologii procesów odlewniczych	46
24.	Ćwiczenia laboratoryjne z mechaniki płynów	48
24. 1.	Badanie strat ciśnienia i współczynnika strat liniowych λ podczas laminarnego przepływu płynu w przewodzie cylindrycznym	48
24. 1. 1.	Wstęp teoretyczny	
24. 1. 2.	Układ pomiarowy i przebieg ćwiczenia	
24. 1. 3.	Arkusze sprawozdania i przykładowe wyniki badań	
24. 2.	Badanie strat i oporów lokalnych przy zmiennym kierunku przepływu płynu rzeczywistego dla dwu odmiennych układów	52
24. 2. 1.	Wstęp teoretyczny	
24. 2. 2.	Układ pomiarowy i przebieg ćwiczenia	
24. 2. 3.	Arkusze sprawozdania i przykładowe wyniki badań	
24. 3.	Badanie parametrów płynu w oparciu o model przepływu Hagena –Poiseuille’a	56
24. 3. 1.	Wstęp teoretyczny	

24. 3. 2. Układ pomiarowy i przebieg ćwiczenia		
24. 3. 3. Arkusz sprawozdania i przykładowe wyniki badań		
24. 4. Analiza procesu wymiany ciepła przy laminarnym przepływie płynu w kanale cylindrycznym (model Siedera – Tate' a).	59	
24. 4. 1. Wstęp teoretyczny		
24. 4. 2. Układ pomiarowy i przebieg ćwiczenia		
24. 4. 3. Arkusz sprawozdania i przykładowe wyniki badań		
25. Literatura	63	
26. Dodatek 1. Rurka Pitota jako czujnik prędkości samolotu		64
27. Dodatek 2. Podciśnienie i prawo Pascala	65	
28. Dodatek 3. Trzy sentencje	65	

... równania są wieczne . (Albert Einstein)

1. Podstawowe i uzupełniające jednostki wielkości fizycznych

W roku 1960 na Konferencji Miar i Wag w Paryżu sformułowano Międzynarodowy Układ Jednostek, określony skrótem SI. Został on przyjęty jako obowiązujący przez wiele państw, a w Polsce został przyjęty za legalny i obowiązujący w roku 1966. Wielkości podstawowe i uzupełniające przedstawiono w tabeli 1.

Wielkości podstawowe i uzupełniające oraz ich jednostki w układzie SI				
	Wielkość fizyczna	Jednostka	Symbol	Oznaczenia literowe
1	Długość	metr	m	L, l, x, d, R, r
2	Masa	kilogram	kg	m
3	Czas	sekunda	s	τ , t
4	Natężenie prądu elektrycznego	amper	A	I
5	Temperatura	kelwin	K	T
6	Światłość	kandela	cd	I
7	Ilość materii (substancji)	mol	mol	n
Wielkości uzupełniające				
8	Kąt płaski	radian	rad	α , β
9	Kąt bryłowy	steradian	sr	Ω

Dla uniknięcia posługiwania się bardzo wielkimi lub bardzo małymi liczbami stosuje się dodatkowo jednostki wtórne, które powstają poprzez dodanie do jednostki podstawowej odpowiedniego przedrostka. Przedrostek jest mnożnikiem a jego wartość jest zawsze pewną potęgą liczby 10 (tabela 2).

Tabela 2. Przedrostki do zmiany jednostek

Nazwa przedrostka	Oznaczenie	Mnożnik	
tera	T	10^{12}	1 000 000 000 000
giga	G	10^9	1 000 000 000
mega	M	10^6	1 000 000
kilo	k	10^3	1 000
hekto	h	10^2	100
deka	da	10^1	10
nie dotyczy	-	$1 = 10^0$	1
decy	d	10^{-1}	0,1
centy	c	10^{-2}	0,01
mili	m	10^{-3}	0,001
mikro	μ	10^{-6}	0,000 001
nano	n	10^{-9}	0,000 000 001
piko	p	10^{-12}	0,000 000 000 001
femto	f	10^{-15}	

Kolorem **niebieskim** oznaczono mnożniki używane w dalszej części konspektu.

Najczęściej stosowanym parametrem w dalszej części opracowania będzie siła i ciśnienie.

Mechanika Płynów oraz Wymiana ciepła, masy i pędu w proc. odlewniczych. #MM55 A. Gradowski

Jednostki legalne SI		Jednostki stare	
Siła	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$	$1 \text{ kG} = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$	$\text{kG} = 9,81 \text{ N}$
Ciśnienie	$\text{Pa} = \text{N/m}^2 = \text{J/m}^3$ $\text{bar} = 10^5 \text{ Pa}$ $\text{mbar} = \text{hPa}$	$1 \text{ at} = 1 \text{ kG/cm}^2 = 9,81 \text{ N/(10}^{-4} \text{ m}^2)$	$1 \text{ at} = 98100 \text{ Pa} = 0,098 \text{ MPa}$

2. Podstawowe pojęcia dotyczące przepływu płynów

Przepływem nazywamy postępujące przemieszczanie się cieczy, gazów lub par w rurociągach, kanałach, dyszach, przewężeniach oraz innych elementach przewodu.

Płynem nazywamy ciecz, gaz oraz ich mieszaninę (parę).

Płyn doskonały to taki, który spełnia dwa warunki:

- jest nieściśliwy, czyli nie zmienia swojej gęstości (bliżej temu warunkowi są ciecze),
- jest nielepki, czyli zależne od lepkości siły tarcia, występujące w warstwach o różnych prędkościach są pomijalnie małe.

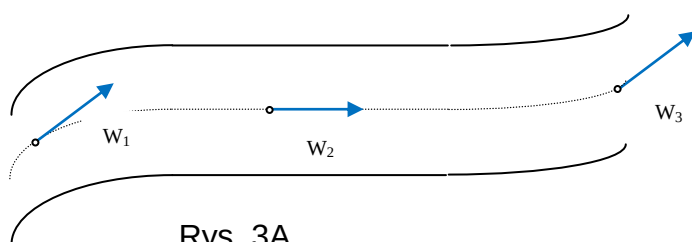
Płyny nie spełniające powyższych warunków są **płynami rzeczywistymi**.

Przepływ ustalony (stacjonarny) występuje wówczas, jeżeli prędkość, ciśnienie i inne właściwości płynu, w dowolnym punkcie przestrzeni (strugi) nie zmieniają się z upływem czasu. (występuje tu analogia do ustalonego pola temperatury).

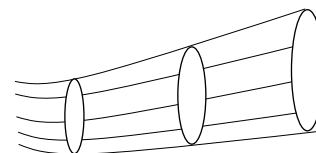
Przykładem przepływu ustalonego jest – przebiegający przy stałej różnicy ciśnień - wypływ wody z otworu zbiornika, w którym jej górny poziom nie ulega zmianie.

Linia prądu płynu (cieczy) jest to krzywa wyznaczona przez środek geometryczny poruszającej się cząsteczki (tę krzywą nazywa się też: „trajektorią ruchu”). Ponieważ jej kształt wynika z pola prędkości jest ona w każdym punkcie styczna do wektorów prędkości w_1 , w_2 , w_3 (rys. 3A).

Struga cieczy jest to objęściowy obszar zawierający zbiór sąsiadujących linii prądu (rys. 3B)



Rys. 3A



Rys. 3B.

W płynach rozróżnia się dwa rodzaje sił:

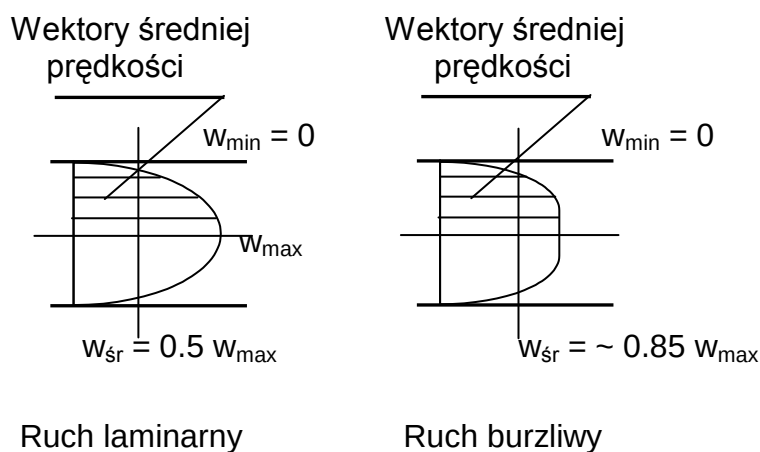
- a) **masowe (objętościowe)**, wynikające z oddziaływania na masę płynu ($dm = \rho dv$) istniejącego w badanym układzie zewnętrznego pola sił (np. pola grawitacyjnego)
- b) **powierzchniowe**, czyli siły działające z zewnątrz na powierzchnię płynu (siły te mogą mieć składową normalną i styczną).

Wartość siły masowej jest proporcjonalna do masy a powierzchniowej do powierzchni (przykład : z siły normalnej wynika parcie a ze stycznej naprężenia ścinające) .

W przewodzie całkowicie wypełnionym przepływającym czynnikiem (np. o przekroju kołowym) wyróżnia się trzy rodzaje przepływów:

- a) **laminarny** (uwarstwiony, warstwowy),
- b) **przejściowy** (mieszany),
- b) **turbulentny** (burzliwy).

W przypadku przepływu laminarnego strugi czynnika przepływającego układają się równoległe do osi przewodu, przy czym w przekroju wzdłużnym rozkład prędkości ma w przybliżeniu kształt paraboli, a największa prędkość przypada w osi przewodu.



Rys. 4. Schematyczne porównanie przepływu uwarstwowionego i burzliwego (tzw. profile prędkości)

W przepływie turbulentnym (burzliwym) cząstki czynnika nie przesuwają się równoległe do przodu, lecz mieszają się i wirują w różnych kierunkach, tworząc rodzaj linii śrubowej. Rozkład prędkości przedstawia krzywą spłaszczoną, przy czym w środkowej części, przewodu prędkość pozostaje ta sama, a od pewnego miejsca zmniejsza się znacznie aż do zera przy ścianie przewodu (rys. 4).

Również przy przepływie burzliwym ruch czynnika można określić jako prostoliniowy, gdy za prędkość strumienia przyjmuje się średnią prędkość przepływu. Rysunek 1 podaje dwa przykłady ruchu burzliwego, które pokazują charakter spłaszczonej krzywej rozkładu prędkości.

Do określenia charakteru przepływu przyjęto kryterium, opracowane (ok. 1890 r.) przez znanego badacza tych procesów Osborne Reynoldsa, zwane liczbą Reynoldsa i definiowane:

$$Re = \frac{w_{sr} \cdot D}{\nu_p}$$

gdzie:

w_{sr} - średnia liniowa prędkość przepływu płynu w kanale [m/ s],

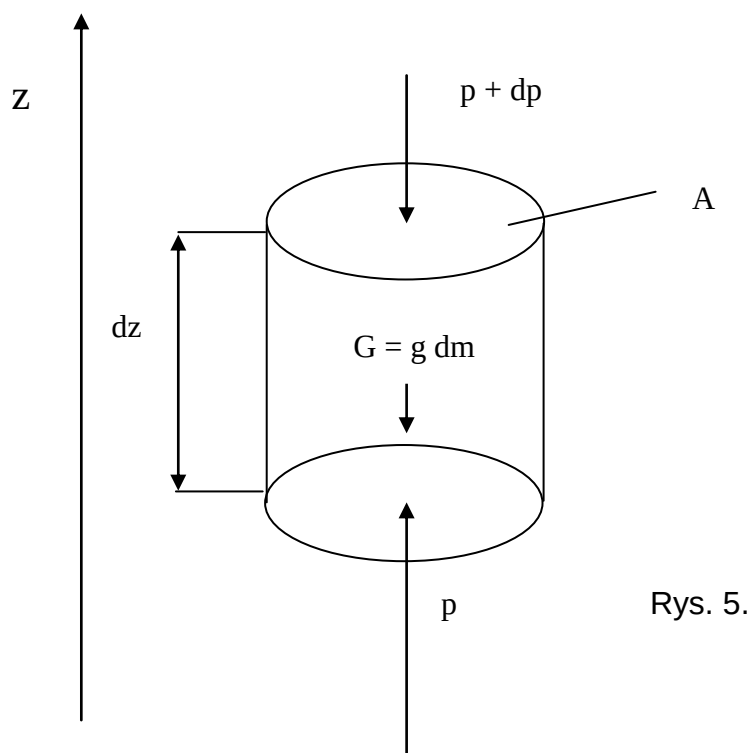
D – średnica kanału cylindrycznego lub - dla przekrojów niekołowych - wymiar ekwiwalentny,

czyli tzw. średnica hydrauliczna,
 ν_p – lepkość kinematyczna płynu [m^2/s].

Podstawą klasyfikacji są dwie wartości krytyczne tej liczby tj.: $Re_{kr1} = 2320$ i $Re_{kr2} = 50000$, zwane dolną i górną wartością krytyczną. Przepływ laminarny występuje przy $Re < Re_{kr1}$, mieszany przy $Re_{kr1} < Re < Re_{kr2}$ oraz turbulentny przy $Re > Re_{kr2}$.

3. Równanie równowagi płynu w polu sił ciężkości (statyka płynów)

Rozpatrzmy element płynu w kształcie walca



Zakładamy, że element płynu (walec) znajduje się w stanie równowagi statycznej, czyli wypadkowa wszystkich sił działających w rozpatrywanym obszarze wynosi zero.

$$p = \frac{F}{A} \quad \text{czyli} \quad F = p A$$

Bilans sił

$$(p + dp) A - p A + G = 0 \quad [N]$$

$$G = g \, dm = \rho g \, dV = A \rho g \, dz$$

$$A p + A dp - A p + A \rho g \, dz = 0$$

$$dp + \rho g \, dz = 0$$

Stąd gradient ciśnienia

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad [Pa/m] \quad (1)$$

Po scałkowaniu mamy

$$p + \rho g z = C \quad [Pa] \quad (2)$$

Stałą C można wyznaczyć jeżeli znane jest ciśnienie w dowolnym punkcie cieczy. Najczęściej znane jest na powierzchni swobodnej i równe jest ciśnieniu gazu nad cieczą p_g (często p_g jest ciśnieniem barometrycznym p_{ot}).

Wtedy dla $z = 0$ mamy $p = p_g$ i stała

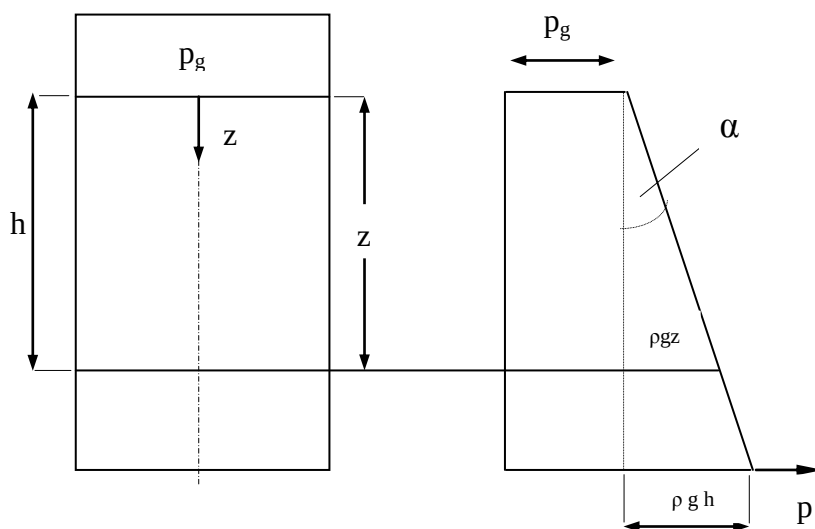
$$C = p_g$$

$$p = p_g + \rho g z$$

(3)

Jest to tzw. **równanie manometryczne**.

Na rys. 6 przedstawiono przykładowy rozkład ciśnienia w cieczy znajdującej się w polu grawitacyjnym



Rys. 6.
Typowy rozkład ciśnienia
wg równania (3)

Iloczyn $p_h = \rho g z$ nosi nazwę ciśnienia hydrostatycznego. Jeśli zbiornik jest otwarty wówczas p_g jest ciśnieniem atmosferycznym p_{ot} i mamy:

$$p = p_{ot} + \rho g z$$

(4)

Kąt pochylenia wykresu ciśnienia α jest większy dla cieczy o większej gęstości, czyli bardzo mały dla gazów.

4. Podstawowe prawa i wybrane pojęcia statyki płynów

Prawo Pascala: ciśnienie wywierane na płyn jest jednakowo przekazywane na każdą cząstkę jej objętości oraz ścianki naczynia, bez żadnych strat.

Równanie manometryczne (Orze 62) to równanie statyki: $p = p_{\text{zewn}} + \rho gh$

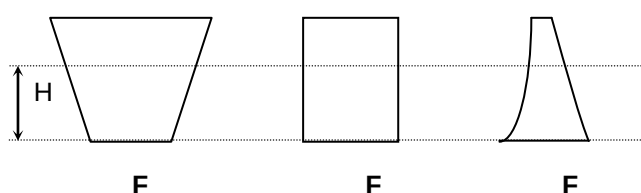
Lepkość płynu (cieczy) to zdolność do przenoszenia naprężeń stycznych między sąsiednimi warstwami płynu podczas wzajemnego przemieszczania wskutek różnych prędkości.

Powstające **naprężenia styczne** są proporcjonalne do gradientu prędkości i lepkości dynamicznej (lub kinematycznej). **Siła styczna** (siła tarcia) jest iloczynem naprężenia i powierzchni. Naprężenie styczne wg prawa Newtona: $\tau = \mu \cdot \text{grad } w$ [Pa].

Siła styczna $F = A \tau$ (μ – lepkość dynamiczna, w – prędkość liniowa, A – powierzchnia)

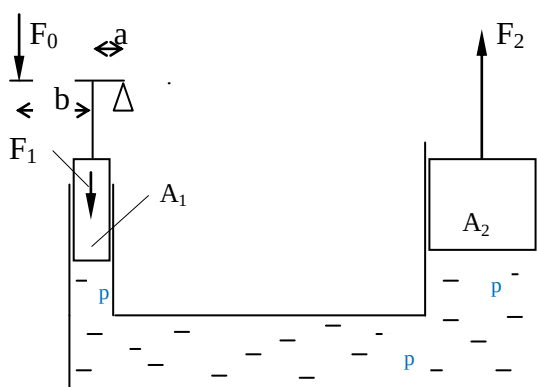
Prawo Eulera : ciśnienie działające w dowolnym punkcie cieczy będącej w spoczynku jest niezależne od orientacji przechodzącego przez ten punkt elementu powierzchniowego.

Prawo Stevina : napór hydrostatyczny na dno naczynia nie zależy od jego kształtu a tylko od gęstości cieczy, głębokości dna pod zwierciadłem H i powierzchni dna naczynia F .



5. Prasa hydrauliczna Bramaha

Zasada działania wynika z prawa Pascala.



Rys. C . Uproszczony schemat prasy hydraulicznej

Bilans sił w układzie:

$$p = F_1 / A_1 = F_2 / A_2$$

$$F_2 = F_1 \cdot A_2 / A_1$$

$$F_1 = F_0 \cdot (1 + b/a)$$

$$F_2 = F_1 \cdot A_2 / A_1 = F_0 \cdot (1 + b/a) \cdot A_2 / A_1$$

Oznaczenia: A – powierzchnia, a, b – ramię momentu siły, F_1, F_2 - siły.

6. Rodzaje ciśnień

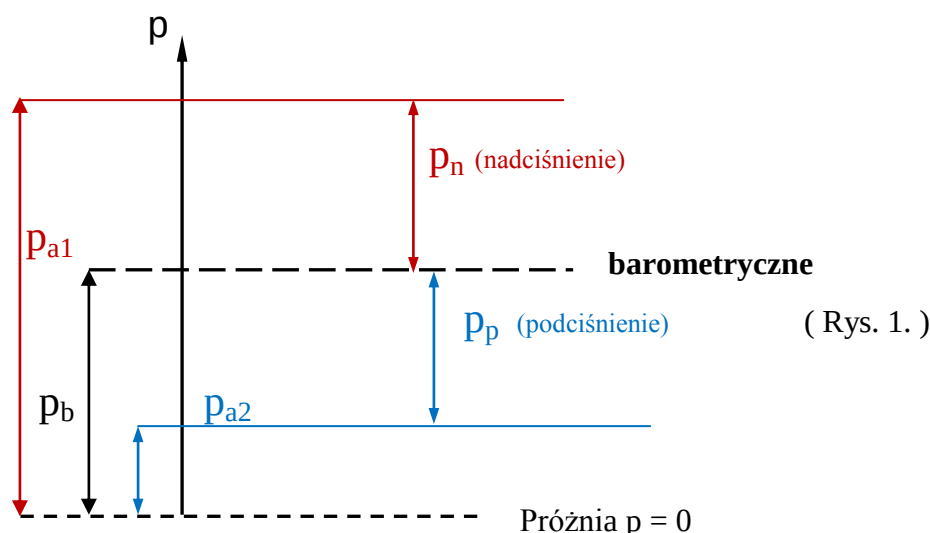
a) ciśnienie absolutne (lub bezwzględne) to wartość zmierzona względem

próżni – p_a , czyli odniesiona do wartości zerowej ,

b) ciśnienie barometryczne (atmosferyczne) to ciśnienie bezwzględne (absolutne) otaczającego powietrza – ozn. p_b ,

c) wartość nadciśnienia jest różnicą między ciśnieniem mierzonym a ciśnieniem atmosferycznym – ozn. $p_n = p_{a1} - p_b$ (rys. 1),

d) podciśnienie $p_p = p_b - p_{a2}$, ($p_p > 0$)



e) ciśnienie statyczne to ciśnienie płynu znajdującego się w spoczynku lub określone przez przyrząd pomiarowy (manometr) poruszający się w tym samym kierunku, z prędkością równą prędkości strumienia płynu (ciecz lub gaz),

f) ciśnienie dynamiczne to wywołane energią kinetyczną strugi płynu, która (zgodnie z równaniem energii kinetycznej) zależy od prędkości liniowej i gęstości płynu przy ciśnieniu statycznym, równe :

$$p_d = \frac{\rho \cdot w^2}{2}$$

Powyższa zależność wynika z równania (definicji) energii kinetycznej:

$$E_k = m \frac{w^2}{2} = \frac{1}{2} \rho V w^2 \quad , \quad \text{czyli:} \quad p_d = \frac{E_k}{V}.$$

g) ciśnienie całkowite to suma ciśnienia statycznego i dynamicznego, tj. :

$$p_c = p_s + p_d \quad [Pa]$$

Wynika z eksperymentu myślowego, w którym wymuszamy całkowite zahamowanie ruchu płynu ($w_1 > 0$, $w_2 = 0$) za pomocą małej przegrody, zorientowanej prostopadle do kierunku przepływu (rys. 2.)

$$\overbrace{w_1 \quad | \quad w_2 = 0}$$

Rys. 2.



(z lewej strony przegrody 'z' $w_1 > 0$, w punkcie kontaktu z przegrodą $w_2 = 0$, $p_{c1} = p_{c2}$). Zależność opisująca ciśnienie całkowite wynika z równania Bernoulliego, przekształconego do postaci wyrażającej bilans ciśnień przy przepływie płynu (cieczy lub gazu) w rurociągu.

7. Przeliczanie jednostek ciśnienia

Metody pomiaru ciśnienia są bardzo zróżnicowane co wynika też z dużej liczby przyrządów do pomiaru ciśnień (rurki dwuramienne, mikromanometry z rurką pochyłą, manometry przeponowe, sprężynowe itp.). Przykładowo bardzo małe ciśnienia wygodnie jest wyrażać w mm słupa wody. Wszystkie nietypowe jednostki ciśnienia powinny zostać wyrażone w Pa.

Poniżej przedstawiono przykłady przeliczania różnych jednostek ciśnienia na Pascale.

$$1 \text{ mm H}_2\text{O} = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,001 \text{ m} = 9,81 \text{ N/m}^2 = 9,81 \text{ Pa}$$

Atmosfera fizyczna

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 101\,325 \text{ Pa}$$

Uwaga: zakładając stałą wartość ciśnienia, wysokość słupa rtęci jest (nieznacznie) zmienna z temperaturą, dlatego powyższy wzór jest ścisły dla temperatury 0°C gdy gęstość rtęci wynosi $13\,595 \text{ kg/m}^3$ (przykładowo dla 40°C gęstość rtęci wynosi $13\,497$),

$$1 \text{ mm Hg} = 1 \text{ Tr} = 133,32 \text{ Pa} \quad (\text{gdzie: } 133,32 = 101325 / 760)$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

8. Przykłady zadań

Zadanie 1

(przeliczanie jednostek ciśnienia, M)

W pewnym doświadczeniu stwierdzono, że słup rtęci w barometrze ma wysokość równą 740 mm. Pomiar wykonano w temperaturze -5°C , w której gęstość rtęci wynosi $13\,608\text{ kg/m}^3$. Obliczyć ciśnienie atmosferyczne w miejscu pomiaru, wyrażając je w paskalach, barach, torach i atmosferach fizycznych.

$$p_0 = \rho g h = 13608 \cdot 9,81 \cdot 0,74 = 98\,786\text{ Pa}$$

$$1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$$

$$p_0 = 98\,786 / 100\,000 = 0,9879\text{ bar}$$

$$1\text{ Tr} = 133,3\text{ Pa} \quad (\text{wartość } 133,32 = 101325 / 760)$$

$$p_0 = 98\,786 / 133,3 = 739\text{ Tr}$$

$$1\text{ atm} = 760\text{ Tr} = 101\,325\text{ Pa}$$

$$p_0 = 739 / 760 = 0,972\text{ atm}$$

Zadanie 2 (wg J. Wolny: Fizyka)

(przeliczanie jednostek ciśnienia)

Ludzkie płuca mogą poprawnie funkcjonować jeżeli różnica ciśnień wewnątrz i na zewnątrz płuc nie przekracza wartości $\Delta p = 0,05\text{ atm}$. Oblicz bezpieczną głębokość h_x zanurzenia płetwonurka oddychającego przez rurkę wystawioną ponad powierzchnię wody. Przyjąć gęstość wody $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$.

$$\Delta p = 0,05\text{ atm}$$

$$1\text{ atm} = 101\,325\text{ Pa}$$

$$\Delta p = p_x = \rho g h_x$$

$$h_x = \Delta p / (\rho g) = 0,05 \cdot 101\,325 / (1000 \cdot 9,81)$$

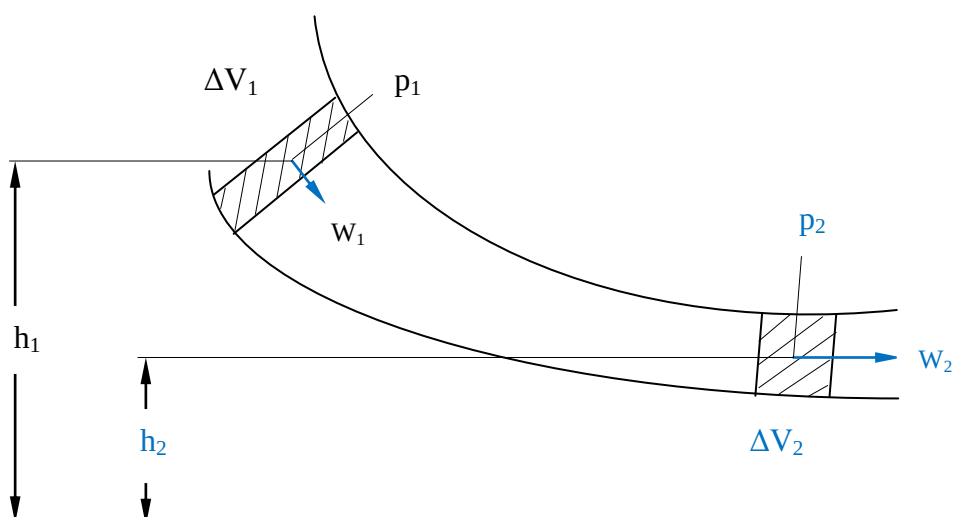
$$h_x = 0,516\text{ m}$$

9. Równanie Bernoulliego dla płynu doskonałego (bilans energii)

Rozważmy przepływ płynu przez przewód (kanał) o zmiennym przekroju przyjmując następujące założenia:

- przepływ jest laminarny i stacjonarny,
- płyn jest nieściśliwy lub wartość ściśliwości jest pomijalnie mała,
- płyn jest nielepki lub lepkość jest tak mała, że możemy ją pominąć
- ruch odbywa się w polu bezwirowym.

Rozpatrujemy układ, w którym przepływ płynu odbywa się w kanale o zmiennym przekroju i wysokości nad poziomem odniesienia.



Z prawa zachowania masy i braku ściśliwości wynika: $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

Całkowita energia mechaniczna zawarta w płynie nie może ulec zmianie więc:

$$E_1 = E_2 = E_{\text{całkowite}} = \text{const}$$

Równanie Bernoulliego w takim układzie możemy określić jako zasadę zachowania energii. Całkowita energia płynu w dowolnym punkcie wybranej strugi jest sumą energii potencjalnej położenia (gravitacji), pracy sił ciśnieniowych (energia ciśnienia) i energii kinetycznej.

Dla objętości elementarnej ΔV możemy sumę 3. rodzajów energii zapisać:

$$E_p + L_c + E_k = \Delta V (\rho gh + p + \frac{1}{2} \rho w^2) = \text{const}$$

lub

$$\rho gh + p + \frac{1}{2} \rho w^2 = \text{const} \quad (22)$$

lub

$$h + p/(\rho g) + \frac{1}{2} w^2/g = H = \text{const}$$

Wartość H nazywana jest stałą Bernoulliego lub wysokością rozporządzalną.

Dla rurociągu poziomego ($h = \text{const}$) mamy

$$p + \frac{1}{2} \rho w^2 = p_c = \text{const} \quad (22a)$$

gdzie : p_c nazywane jest ciśnieniem całkowitym.

Czasem używa się następującego sformułowania :

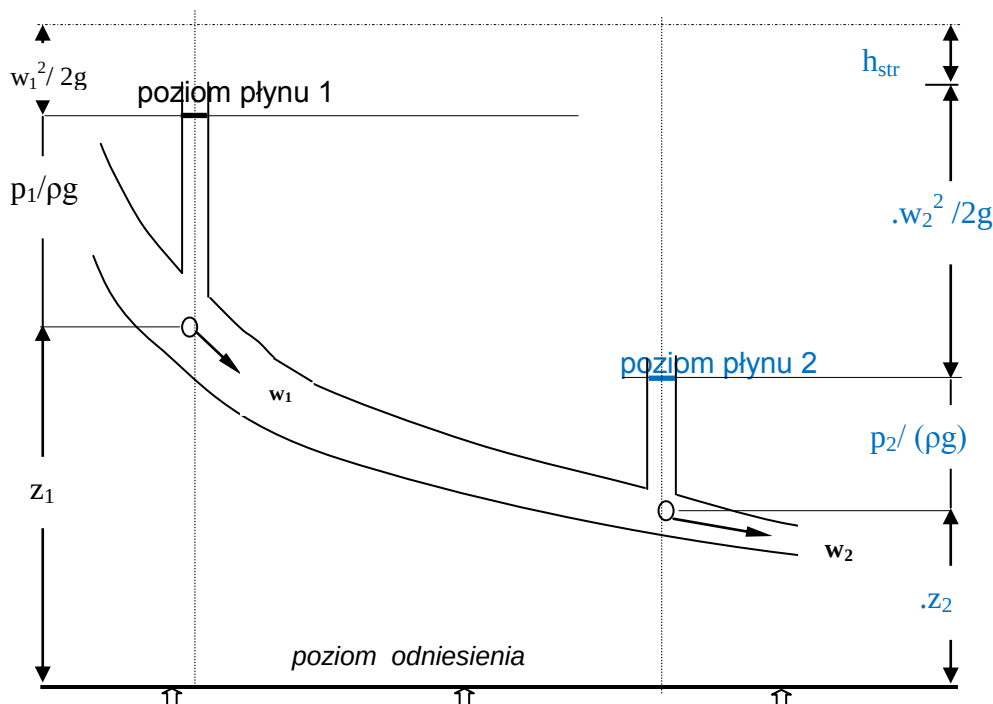
„Zgodnie z prawem Bernoulliego w obszarze, w którym prędkość płynu rośnie (2. wyraz lewej strony równania), występuje spadek ciśnienia.

2 -03-2013

10. Równanie Bernoulliego dla płynu rzeczywistego

Poprzednia postać równania Bernoulliego, wyprowadzona dla płynu doskonałego, charakteryzuje się stałą wartością energii strumienia (strugi) wzdłuż dowolnej linii prądu. Nie jest to możliwe dla przypadku płynu rzeczywistego posiadającego lepkość. Fakt istnienia gradientu prędkości wymusza istnienie wzajemnego poślizgu między sąsiadującymi warstwami płynu, co wynika z ich zróżnicowanej prędkości. Towarzyszące poślizgowi tarcie powoduje, że część energii zamienia się w inną postać np. ciepło, drgania przewodu, dźwięk. Z punktu widzenia mechanicznego jest to ENERGIA STRACONA. Zatem suma wysokości położenia, wysokości ciśnienia i wysokości prędkości nie będzie stała (jak dla płynu nielepkiego) i będzie stale maleć w kierunku przepływu.

Spadek ten przyjęto przedstawiać jako suma wysokości strat Σh_{str} (lub krótko h_{str}).



Wersję równania Bernoulliego dla płynu doskonałego rozszerza się dla płynu rzeczywistego, lepkiego przez dodanie do jego PRAWEJ strony wartości wysokości strat. Otrzymamy naonczas:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 + H_{str.\lambda} + h_{str.M} \quad (B1)$$

gdzie: w_1, w_2 – prędkość liniowa.

W równaniu (B1) występują następujące wysokości strat energetycznych :

$H_{str.\lambda}$ - straty liniowe uwzględniające proces tarcia, wyrażane za pomocą współczynnika oporów liniowych λ),

$h_{str.M}$ - straty miejscowe (lokalne) uwzględniające zmianę kierunku przepływu, zmniejszenie przekroju, zaburzenia ruchu płynu (np. z powodu zasuw, zaworów), wyrażane współczynnikiem oporów miejscowych ζ .

Wartości strat liniowych opisuje zależność:

$$H_{\text{str.}\lambda} = \frac{w^2}{2g} \lambda \frac{L}{d} \quad (\text{B3})$$

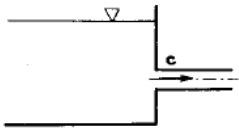
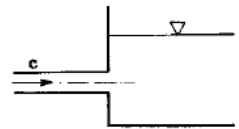
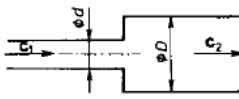
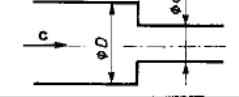
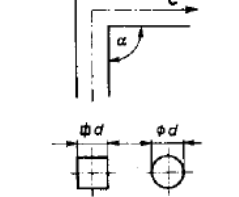
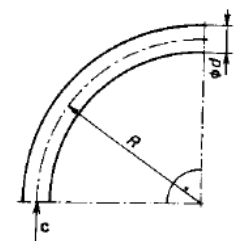
Wysokość strat miejscowych (lokalnych) wyraża zależność:

$$h_{\text{str. M}} = \zeta \frac{w^2}{2g} \quad (\text{B4})$$

11. Współczynniki lokalnych strat energii

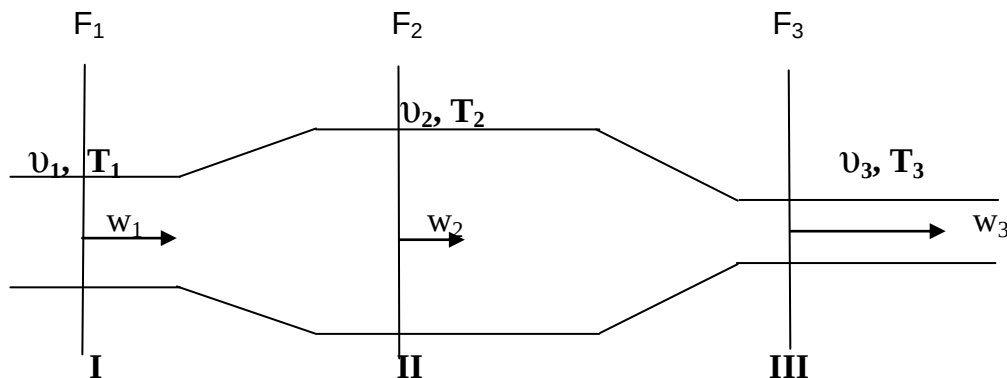
Poniższa tabela przedstawia dane doświadczalne wartości współczynników strat lokalnych ζ „dzeta”

Tablica 6. Średnie wartości współczynnika strat lokalnych ζ

1	2	3						
Wypływ ze zbiornika do przewodu <i>A</i>		0,5						
Dopływ z przewodu do zbiornika <i>B</i>		1						
Rozszerzenie przekroju <i>C</i>		$\left(\frac{D^2}{d^2} - 1\right)^2$ dla C_2 , $\left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2$ dla C_1						
Zwężenie przekroju <i>D</i>		$\frac{d^2}{D^2}$	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,5 0,25
		ζ	0,45	0,4	0,3	0,2	0,1	
Kolanko		α	$\frac{1}{2} \pi$	$\frac{2}{3} \pi$	$\frac{3}{4} \pi$	$\frac{5}{6} \pi$		
		ζ	1,1	0,55	0,35	0,12		
		$\frac{R}{d}$	1	2	3	4	5	
		ζ	0,29	0,29 ÷ ÷ 0,15	0,15 ÷ ÷ 0,12	0,12 ÷ ÷ 0,1	0,1 ÷ ÷ 0,08	

12. Natężenie przepływu i prawo ciągłości

Zagadnienie ciągłości przepływu można rozpatrywać jako odmianę prawa zachowania masy. Rozpatrując następnie dowolnie długi odcinek przewodu o zmiennych przekrojach, zakłada się analogicznie, że do każdego przekroju dopływa i odpływa na sekundę ta sama ilość czynnika i że wszystkie przekroje są wypełnione czynnikiem, a więc nie powstają żadne puste miejsca (rys. 2).



Rys. 2. Schemat przepływu w przewodzie o zmiennym przekroju

Często dla uproszczenia matematycznego opisu procesu przepływu zakłada się, że:

- rozważany płyn jest nieściśliwą cieczą (założenie to nie odpowiada prawdzie dla gazów i można z niego zrezygnować),
- wypełnia całą wewnętrzną objętość kanału,
- posiada stałą temperaturę,
- przepływ występuje w kanale o orientacji poziomej (brak wpływu wysokości).

Kinetykę przepływu płynu (cieczy lub gazu) w rurociągu opisują dwa podstawowe parametry:

e) masowe natężenie przepływu: $\dot{m} = \frac{\Delta m}{\Delta \tau}$

f) objętościowe natężenie przepływu: $\dot{V} = \frac{\Delta V}{\Delta \tau}$

gdzie :

$\dot{m}$ – masowe natężenie przepływu , tj. masa Δm przepływającego czynnika odniesiona do jednostki czasu [kg/s],

$\dot{V}$ – objętościowe natężenie przepływu , tj. objętość ΔV przepływającego czynnika odniesiona do jednostki czasu (w literaturze oznaczane czasem przez „Q”), m³/s.

Masowe natężenie przepływu, jednakowe dla przekrojów I, II i III (rys. 2), obliczymy oznaczając przez:

F - powierzchnię przekroju przewodu w dowolnym miejscu, m²,

p - ciśnienie bezwzględne, Pa (N/m²),

g - przyspieszenie ziemskie, 9.81 m/s^2 ,

w - średnią prędkość przepływu w badanym miejscu przewodu, m/s ,

v - objętość właściwą przepływającego czynnika m^3/kg ,

ρ - gęstość czynnika przepływającego ($\rho = 1/v$), kg/m^3 ,

Masowe natężenie przepływu można wyrazić dwoma, równoważnymi sposobami :

$$\dot{m} = \frac{F_1 \cdot w_1}{v_1} = \frac{F_2 \cdot w_2}{v_2} = \frac{F_3 \cdot w_3}{v_3} = \text{const} \quad (1a)$$

lub

$$\dot{m} = F_1 w_1 \rho_1 = F_2 w_2 \rho_2 = F_3 w_3 \rho_3 = \text{const}, [\text{kg/s}] \quad (1b)$$

Podstawowe i ogólne równania (1a, 1b) można niekiedy uprościć, zakładając rozważania dla przypadku cieczy nieściśliwych oraz - mniej dokładnie - dla gazów i par w kanałach o niewielkiej zmianie powierzchni przekroju F . Można wówczas przyjąć niezmiennosć objętości właściwej (również gęstości!) $v_1 = v_2 = v_3 = v$ [m^3/kg], co pozwoli uzyskać:

$$\dot{V} = \dot{m}/\rho = \dot{m} \cdot v = F_1 \cdot w_1 = F_2 \cdot w_2 = F_3 \cdot w_3 = \text{const} \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (2)$$

lub ogólnie

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 = \dot{V}_3 \quad \text{czyli: } F w = \text{const} \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (3)$$

Jest to **tzw. zasada ciągłości przepływu**, dotycząca cieczy nieściśliwych. Stwierdza ona, że w dwu dowolnych miejscach przewodu prędkości są odwrotnie proporcjonalne do do powierzchni przekrojów.

Jeżeli więc strumień natrafia na zwężenie rurociągu lub kanału, jego prędkość powinna się zwiększyć, aby ta sama masa czynnika przepłynęła w jednostce czasu.

Zwiększenie się prędkości w czasie przepływu, a tym samym energii kinetycznej w zwężającym się przekroju rurociągu, jak np. na rys. 2, może się odbywać tylko kosztem energii potencjalnej. **Rozważania dotyczą przypadku, gdy w rurociągu płynie ciecz nieściśliwa oraz przemieszczanie się czynnika odbywa się bez strat liniowych (bez tarcia).**

Dla przewodu poziomego równanie Bernoulliego w postaci bilansu ciśnień ma postać:

$$p + \frac{\rho w^2}{2} = \text{const} \quad (8)$$

Ponieważ każdy z członów powyższego wzoru ma wymiar ciśnienia, więc taki sam wymiar powinna również mieć suma, którą oznacza się jako ciśnienie całkowite p_c (Pa).

Człon pierwszy równania przyjęto nazywać ciśnieniem statycznym p_s (Pa), natomiast człon drugi $\frac{1}{2} \rho w^2$ ciśnieniem dynamicznym p_d (Pa).

Z powyższych rozważań wynika ważna dla badań doświadczalnych zależność :

$$p_c = p_s + p_d \quad (9)$$

Wyznaczona z wartości ciśnienia dynamicznego liniowa prędkość przepływu wynosi:

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot p_c - p_s}{\rho}} \quad [m/s] \quad (10)$$

lub

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot p_d}{\rho}} = \sqrt{2 \cdot v \cdot p_d} \quad [m/s] \quad (11)$$

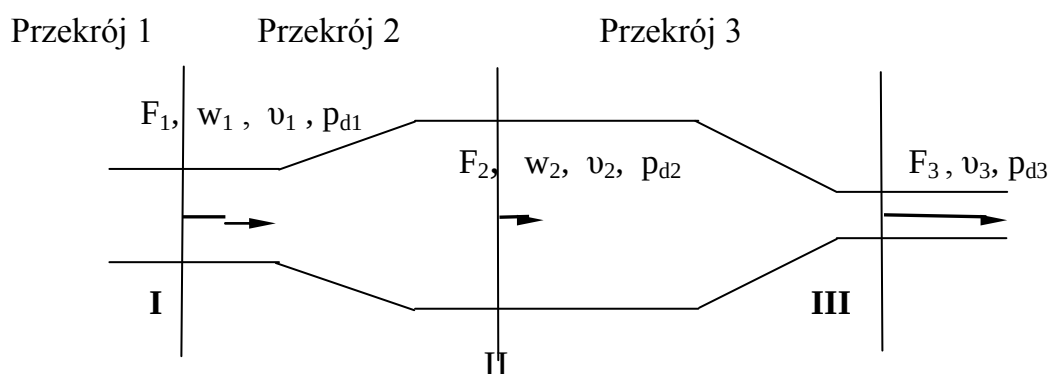
Ciśnienie całkowite p_c [Pa] mierzy się rurką zgiętą, skierowaną przeciw prądowi, tzw. rurką Pitota, podłączoną do manometru (np. cieczowego). Ciśnienie mierzone idealną rurką Pitota, przy prędkości poniżej prędkości głosu i niezbyt małych liczbach Reynoldsa, nazywa się ciśnieniem Pitota. Ciśnienie statyczne p_s [Pa] mierzy się rurką prostą umieszczoną prostopadle do kierunku przepływu .

Ciśnienie dynamiczne p_d , z którego oblicza się prędkość w , jest więc różnicą zmierzonego w powyższy sposób ciśnienia całkowitego i statycznego

13. Przykłady zadań

(Zadanie 3)

Rozpatrzmy przepływ płynu ściśliwego w długim odcinku przewodu (kanału) o zmiennych przekrojach. Zakładamy, że do każdego przekroju dopływa i odpływa ta sama masa płynu (cieczy lub gazu) w odniesieniu do jednostki czasu. Wszystkie przekroje są w pełni wypełnione czynnikiem, czyli nie powstają żadne puste miejsca (rys. 1). Warunki zadania dopuszczają możliwość zmienności gęstości [ρ] i objętości właściwej [u] płynu w różnych przekrojach kanału.



Rys. 2. Przepływ płynu ściśliwego w kanale o zmiennym przekroju (v_1 różne od v_2).

Przyjmując wybrany zestaw danych z tabeli 1 podać odpowiednie zależności i obliczyć:

a) gęstość i objętość właściwą płynu w przekroju 2 (ρ_2 , v_2),

- b) średnie ciśnienie dynamiczne w przekroju 3 (p_{d3}),
 c) masowe natężenie przepływu (m^*) czynnika w przekrojach 2, 3.

Tabela danych i wyników – przykłady 1, 2, 3

L p	F_1	F_2	F_3	W_1	W_2	v_1	v_3	ρ_2	v_2	ρ_3	W_3	p_{d3}	m^*
	m^2	m^2	m^2	m/s	m/s	m^3/kg	m^3/kg	$\frac{kg}{m^3}$	$\frac{m^3}{kg}$	$\frac{kg}{m^3}$	m/s	Pa	kg/s
1	0,1	0,8	0,08	20	2	0,8	1	1,098	0,91	1	28,1	395	2,25
2	0,15	0,4	0,12	30	11,6	1,03	1	0,94	1,06	1	36,4	663	4,37
3	0,2	0,8	0,1	16	4,2	1,05	1						

Rozwiązanie wg danych nr 1

Gęstość: $\rho_1 = 1/v_1 = 1/0,8 = 1,25 \text{ m}^3/kg$.

Masowe natężenie przepływu dla dowolnego przekroju (wg danych przekroju 1):

$$\dot{m} = \frac{F_1 \cdot W_1}{v_1} = \frac{0,1 \cdot 20}{0,8} = 2,25 \text{ kg/s}, \quad m_2^* = m_3^* = 2,25 \text{ kg/s}.$$

$$\rho_2 = m_2^* / (F_2 \cdot W_2) = 2,25 / (0,5 \cdot 4,1) = 1,098 \text{ kg/m}^3.$$

$$v_2 = 1/\rho_2 = 1/1,098 = 0,91 \text{ m}^3/kg.$$

$$\rho_3 = 1/v_3 = 1/1 = 1 \text{ kg/m}^3.$$

$$W_3 = m_3^* / (\rho_3 \cdot F_3) = 2,25 / (1 \cdot 0,08) = 28,12 \text{ m/s}.$$

$$p_{d3} = \frac{1}{2} \cdot \rho_3 \cdot W_3^2 = 0,5 \cdot 1 \cdot 28,12^2 = 395 \text{ Pa}.$$

Zadanie 4

(przeliczanie jednostek ciśnienia)

W pewnym doświadczeniu stwierdzono, że słup rtęci w barometrze ma wysokość równą 740 mm. Pomiar wykonano w temperaturze -5°C , w której gęstość rtęci wynosi $13\,608 \text{ kg/m}^3$. Obliczyć ciśnienie atmosferyczne w miejscu pomiaru, wyrażając je w paskalach, barach, torach i atmosferach fizycznych.

$$p_0 = \rho g h = 13608 \cdot 9,81 \cdot 0,74 = 98\,786 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_0 = 98\,786 / 100\,000 = 0,9879 \text{ bar}$$

$$1 \text{ Tr} = 133,3 \text{ Pa} \quad (\text{wartość } 133,32 = 101325 / 760)$$

$$p_0 = 98\,786 / 133,3 = 739 \text{ Tr}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ Tr} = 101\,325 \text{ Pa}$$

$$p_0 = 739 / 760 = 0,972 \text{ atm}$$

Zadanie 5 (wg J. Wolny: Fizyka)

(przeliczanie jednostek ciśnienia)

Ludzkie płuca mogą poprawnie funkcjonować jeżeli różnica ciśnień wewnątrz i na zewnątrz płuc nie przekracza wartości $\Delta p = 0,05 \text{ atm}$. Oblicz bezpieczną głębokość h_x zanurzenia pętnonurka oddychającego przez rurkę wystawioną ponad powierzchnię wody.

Przyjąć gęstość wody $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

$$\Delta p = 0,05 \text{ atm}$$

$$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}$$

$$\Delta p = p_x = \rho g h_x$$

$$h_x = \Delta p / (\rho g) = 0,05 \cdot 101\,325 / (1000 \cdot 9,81)$$

$$h_x = 0,516 \text{ m}$$

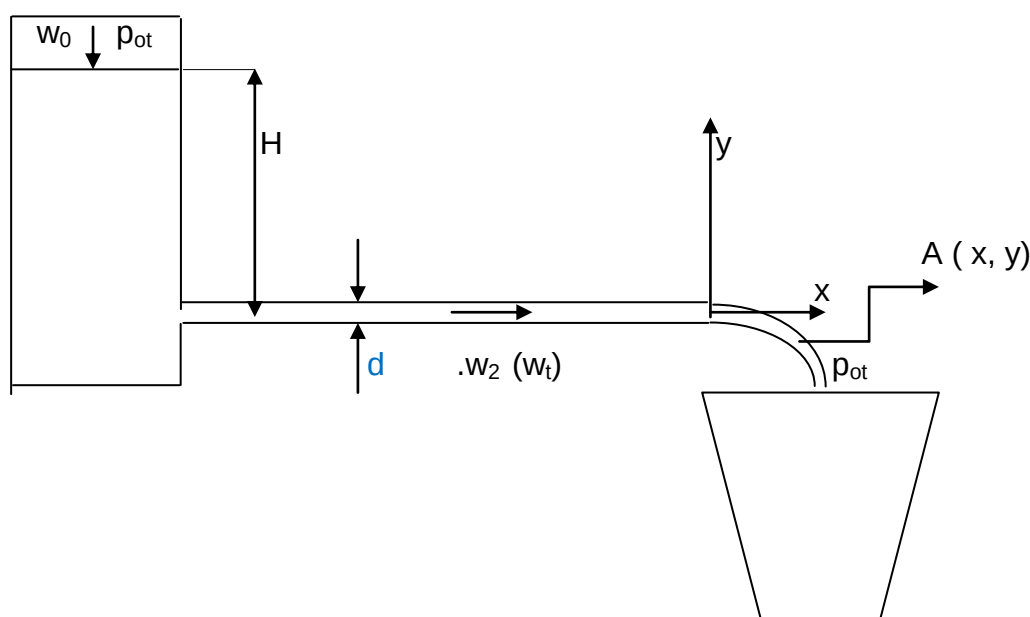
Zadanie 6 (Prędkość i natężenia przepływu, równanie Bernoulliego, 5.04.2011 M)

Do zbiornika z wodą przyłączona jest szklana rurka o długości $L = 0,4 \text{ m}$ i średnicy wewnętrznej $d = 5 \text{ mm}$. Górny poziom wody w zbiorniku jest niezmienny (podczas pomiaru ilość wody w zbiorniku jest „regulowana”). Obserwacja trajektorii wypływu pozwoliła określić współrzędne punktu A: $x_a = 40 \text{ mm}$ i $y_a = -30 \text{ mm}$.

Zmierzona ilość wody która wypłynęła w ciągu $\Delta\tau = 30 \text{ s}$ wynosi $\Delta V = 0,3 \text{ dm}^3$ (300 ml).

Prędkość w_0 dla swobodnej powierzchni cieczy wynosi $w_0 = 0$. Wysokość H jest stała i równa $H = 130 \text{ mm}$. Temperatura wody wynosiła około 15°C . Przyjąć, że płyn zachowuje się jak doskonały, co pozwala pominąć opory przepływu. Wyznaczyć :

- liniową prędkość wypływu cieczy w_2 ,
- teoretyczne, przybliżone natężenie przepływu przy założeniu płynu doskonałego .
- współczynnik oporów liniowych,
- wysokość strat liniowych.



OBLICZENIA

Układamy równanie Bernoulliego dla poziomów 1 – 1 i 2 – 2.

$$\rho g H + p_{ot} + \frac{1}{2} \rho w_0^2 = \rho g \cdot 0 + p_{ot} + \frac{1}{2} \rho w_2^2$$

lub

$$H + p_{ot}/(\rho g) + \frac{1}{2} w_0^2/g = \rho g \cdot 0 + p_{ot}/(\rho g) + \frac{1}{2} w_2^2/g$$

$$2 g H = w_2^2$$

Prędkość teoretyczna wg równania Bernoulliego

$$w_{tB} = (2 \cdot g H)^{1/2} = (2 \cdot 9,81 \cdot 0,13)^{1/2}$$

$$w_{tB} = 1,597 \text{ m/s}$$

Prędkość wynikająca z natężenia przepływu

$$V^* = \Delta V / \Delta \tau = 300 \text{ ml} / 30 \text{ s} = 10 \text{ ml/s} = 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$F = \pi/4 \cdot d^2 = \pi/4 \cdot 0,005^2 = 196 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$w_v = V^* / F = 10^{-5} / 196 \cdot 10^{-3} = 0,509 \text{ m/s}$$

Prędkość wynikająca z trajektorii (współrzędne punktu A)

$$x_A = w_{tr} \tau; \quad y_A = -\frac{1}{2} g \tau^2$$

$$\text{czyli: } w_{tr} = x_A (-0,5g/y_A)^{1/2} = 0,04(0,5 \cdot 9,81/0,03)^{1/2}$$

$$w_{tr} = 0,511 \text{ m/s}$$

Wniosek : pominięcie zjawiska oporów przepływu (płyn doskonały) powoduje duże odstępstwa prędkości teoretycznej w odniesieniu do wartości rzeczywistej (doświadczalnej).

Dane uzyskane doświadczalnie w dniu 20.04. 2011:

$$dV = 0,2 \text{ dm}^3 = 200 \text{ ml}, \quad d\tau = 15 \text{ s}, \quad H_{sr} = 143 \text{ mm}, \quad x = 42 \text{ mm}, \quad y = -42 \text{ mm}$$

$$V^* = 14 \text{ ml/s} = 0,014 \text{ dm}^3/\text{s}$$

Według temperatury $t = 15 \text{ C}$ odczytujemy z tablic lepkość $\nu = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

$$\text{Liczba Reynoldsa } Re = w d / \nu = 0,52 \cdot 0,005 / 1,1 \cdot 10^{-6} = 2318$$

Współczynnik oporów liniowych dla przepływu laminarnego

$$\lambda = 64 / Re = 64 / 2318 = 0,0276$$

Wysokość strat liniowych wynosi :

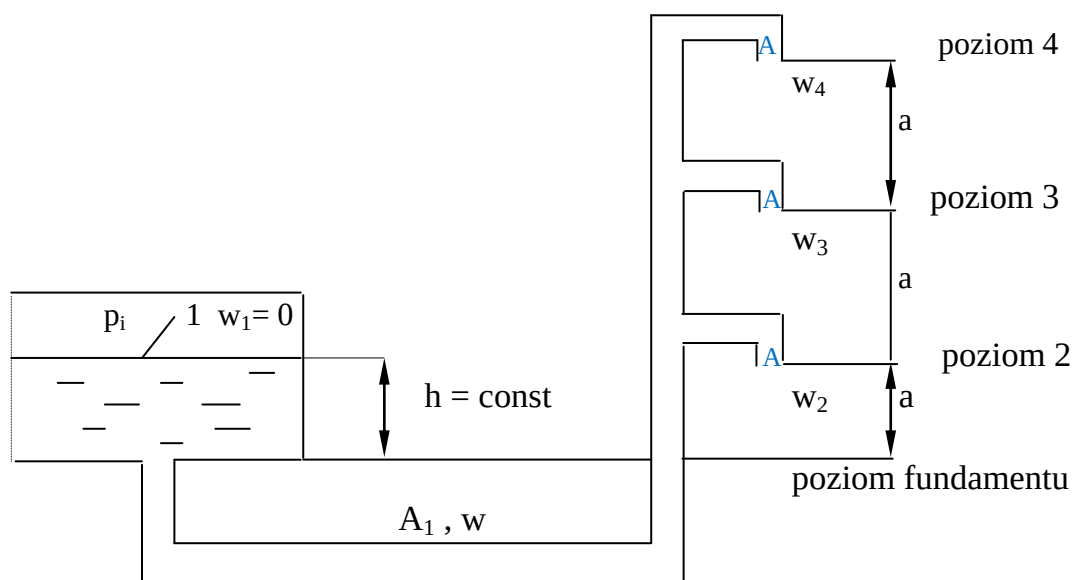
$$H_{str.\lambda} = \frac{w^2}{2g} \lambda \frac{L}{d} = 0,51^2 / (2 \cdot 9,81 \cdot 0,005) \cdot 0,4 = 0,0293 \text{ m}$$

Zadanie 7 (wg [2] , równanie Bernoulliego, zasada ciągłości przepływu, 16.06.2010)

Budynek fabryczny zasilany jest w wodę za pomocą dużego zamkniętego zbiornika,

w którym panuje ciśnienie absolutne p_i . Wysokość zwierciadła wody względem poziomu fundamentu wynosi jest niezmienna i wynosi $h = \text{const}$. Obliczyć prędkości wypływu wody na trzech kondygnacjach budynku pokazanego na rysunku 1 w oparciu o znaną wysokość bazową „a”. Określić prędkość liniową wody w podziemnej części przewodu zasilającego „w₁” posiadającego przekrój A_1 . Przekroje przewodów wypływowych są jednakowe i wynoszą A .

Przyjąć gęstość wody równą ρ oraz ciśnienie barometryczne p_b .



Obliczenia

Układamy równanie Bernoulliego dla przekrojów 1-2, 1-3, 1- 4 względem poziomu fundamentu. Mamy więc:

$$\rho g h + p_i + \frac{1}{2} \rho w_1^2 = \rho g \cdot a + p_i + \frac{1}{2} \rho w_2^2$$

(lub: $g h + p_i / \rho + \frac{1}{2} w_1^2 = g \cdot a + p_i / \rho + \frac{1}{2} w_2^2$)

$$\rho g h + p_i + \frac{1}{2} \rho w_1^2 = \rho g \cdot 2a + p_i + \frac{1}{2} \rho w_3^2$$

$$\rho g h + p_i + \frac{1}{2} \rho w_1^2 = \rho g \cdot 3a + p_i + \frac{1}{2} \rho w_4^2$$

Ponieważ $w_1 = 0$ mamy:

$$w_2 = \sqrt{2 \left[\frac{p_i - p_b}{\rho} + g (h - a) \right]} ; \quad w_3 = \sqrt{2 \left[\frac{p_i - p_b}{\rho} + g (h - 2a) \right]}$$

$$w_4 = \sqrt{2 \left[\frac{p_i - p_b}{\rho} + g (h - 3a) \right]}$$

Prędkość liniową wody w podziemnej części przewodu wynika z zasady ciągłości przepływu lub z pojęcia objętościowego natężenia przepływu:

$$A_1 \cdot w = A w_2 + A w_3 + A w_4 \quad [m^3/s] , \text{ stąd :}$$

$$w = A / A_1 (w_2 + w_3 + w_4)$$

Zadanie 8

(9.12.2010)

W podgrzewaczu powietrza natężenie masowe przepływu wynosi 2 kg/s . Przez dwa cylindryczne kanały przepływowe o średnicy wewnętrznej równej 400 mm przepływa podgrzane powietrze posiadające objętość właściwą równą $1,5 \text{ m}^3/\text{kg}$ ($R = 0,2 \text{ m}$, sumaryczny przekrój kanałów wynosi $2 \cdot \pi \cdot r^2 = \text{m}^2$).

Oblicz :

- średnią prędkość przepływu powietrza,
- gęstość powietrza,
- średnie ciśnienie dynamiczne w obu kanałach.

Prędkość przepływu powietrza wynika z natężenia przepływu:

$$\dot{m} = w F \rho_p$$

$$F = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,2^2 = 0,251 \text{ m}^2$$

$$w = \frac{\dot{m}}{F} v_p = 2 / 0,251 \cdot 1,5 = 11,9 \text{ m/s.}$$

$$\rho_p = 1 / v_p = 1 / 1,5 = 0,667 \text{ kg/m}^3$$

$$p_d = \frac{1}{2} \cdot \rho_p \cdot w^2 = 0,5 \cdot 0,667 \cdot 11,9^2 = 47,2 \text{ Pa.}$$

Zadanie 9

(Kolokw. 10.06. 2010)

Wartość ciśnienia barometrycznego wynosi 990 hPa . Ile mm Hg powinien wskazywać barometr jeżeli temp wynosi 28 st C a gęstość rtęci wynosi dla niej $13\,526 \text{ kg/m}^3$?

Wzór ogólny: $p = \rho g h_{\text{Hg}}$

$$h_{\text{Hg}} = 99000 / (13526 \cdot 9,81) = 0,746 \text{ m} = 746 \text{ mm Hg}$$

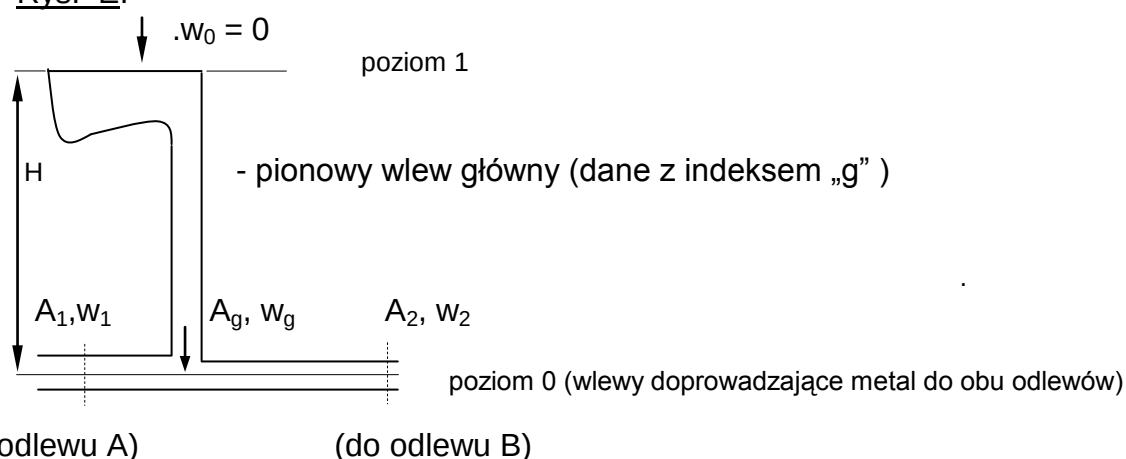
= =

Zadanie 10

Pionowy wlew główny rozdziela się w najniższej części na dwa wlewy doprowadzające metal do dwu różnych odlewów żeliwnych (gęstość żeliwa $\rho = 7200 \text{ kg / m}^3$). Wnęki formy odtwarzające kształty obu odlewów znajdują się poniżej poziomów doprowadzających. Zapisać równanie Bernoulliego i równanie ciągłości strugi. Znaleźć wartość prędkości w_1 i w_2 oraz wartości przekrojów A_1 i A_2 przy której czas zalewania obu odlewów będzie jednakowy i równy $\tau_{\text{zal}} = 10 \text{ s}$. Zakłada się, że ciekły metal wypełnia podczas przepływu pełną objętość kanałów (1, 2). Masy obu odlewów wynoszą odpowiednio $m_1 = 40 \text{ kg}$, $m_2 = 20 \text{ kg}$, czyli wielkości natężenia przepływu we wlewach doprowadzających spełniają warunek: $\dot{m}_1 = 2 \dot{m}_2$. Pominąć straty lokalne wynikające ze zmiany kierunku przepływu między wlewem głównym i poziomymi wlewami doprowadzającymi (90°). Obliczyć wysokość wlewu głównego H_g . Założyć, że - zgodnie z zaleceniami technologicznymi - wypełnienie przestrzeni kanałów układu wlewowego (brak „pustek”) wymaga spełnienia warunku:

$$A_g = 1,2 (A_1 + A_2) \quad (1)$$

Rys. E.



Energia kinetyczna przepływu metalu we wlewach (tzw. doprowadzających) na poziomie 0, musi wyrażać wartość energii sumarycznej, uwzględniającej rozdział masy metalu wypływającego z wlewu głównego na dwa wlewy poziome.

Współczynniki (bezwymiarowe) rozdziału (udziału) masy metalu we wlewach 1, 2 wynoszą:

$$U_1 = \dot{m}_1 / (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) = m_1 / (m_1 + m_2) = 8 / 12 = 0,667$$

$$\text{.oraz } U_2 = 1 - U_1 = 0,333$$

Stosunek masowych (również objętościowych) natężeń przepływu we wlewach 1, 2

$$\dot{m}_1 / \dot{m}_2 = \rho A_1 w_1 / (\rho A_2 w_2) = 2 \quad (2)$$

Równanie Bernoulliego dla poziomów 0,1 (z pominięciem wart. strat H_s) ma postać:

$$\rho g H + p_b + \frac{1}{2} \rho w_0^2 = \rho g \cdot 0 + p_b + \frac{1}{2} U_1 \rho w_1^2 + \frac{1}{2} U_2 \rho w_2^2, \quad (3)$$

gdzie: $w_0 = 0$.

Po uproszczeniu równanie (3) przyjmie postać:

$$2 g H = U_1 w_1^2 + U_2 w_2^2 \quad [\text{m}^2 / \text{s}^2] \quad (3a)$$

Wartość czasu zalewania wynika z zależności:

$$A_1 w_1 + A_2 w_2 = (m_1 + m_2) / (\rho \tau_{\text{zal}}) \quad (4)$$

Lewą stronę równania (4) oznaczmy przez C.

$$C = (m_1 + m_2) / (\rho \tau_{\text{zal}}) = 60 / (7200 \cdot 10) = 8,33 \cdot 10^{-4} = 0,000833 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Z zapisu układu równań bazowych wynika istnienie wielu rozwiązań naszego zadania, dlatego konieczne i uzasadnione jest jego uproszczenie. W poniższej tabeli przedstawiono bazowy zestaw równań oraz jego postać uproszczoną, uzyskaną przy założeniach: $w_1 = w_2$ oraz $A_1 = 2 A_2$

	Układ równań bazowych	Równania po uproszczeniu
1	$1,2 (A_1 + A_2) = A_g$	$3,6 \cdot A_2 = A_g$
2	$A_1 w_1 = 2 A_2 w_2$	$A_1 = 2 A_2$
3	$2 g H = U_1 w_1^2 + U_2 w_2^2$	$2 \cdot 9,81 H = w_1^2$
4	$A_1 w_1 + A_2 w_2 = (m_1 + m_2) / (\rho \tau_{\text{zal}})$	$3 A_2 w_1 = C$

.przy czym: $C = (m_1 + m_2) / (\rho \tau_{\text{zal}}) = 60 / (7200 \cdot 10) = 0,000833 \text{ m}^3/\text{s}.$

W oparciu o uproszczony układ równań przeprowadzono serię obliczeń dla zmiennej wysokości H, których wyniki przedstawiono w tabeli 2.

H	w_1	w_2	A_1	A_2	A_g	Zgodność z założeniami
.m	m/ s	m/ s	cm ²	cm ²	cm ²	---
0,1	1,40	1,40	3,97	1,98	7,12	nie
0,2	1,98	1,98	2,80	1,4	5,04	nie
0,3	2,43	2,43	2,28	1,14	4,10	TAK
0,4	2,80	2,80	1,98	0,99	3,60	nie
0,5	3,13	3,13	1,77	0,887	3,18	nie
0,6	3,43	3,43	1,62	0,81	2,92	nie

Do wyboru końcowej wersji parametrów układu wlewowego należy sformułować dodatkowe kryteria technologiczne. Przyjmiemy więc dodatkowe warunki:

- wysokość bazowa układu H powinna przekraczać 200 mm,
- najmniejsza powierzchnia przekroju kanału układu wlewowego powinna przekraczać wartość 1 cm².

Warunki te spełnione są dla układu wlewowego o wysokości H = 0,3 m.

Zadanie 11

Rozwiązać ponownie przedstawione wyżej powyżej zadanie z uwzględnieniem strat

lokalnych wynikających ze zmiany kierunku przepływu między wlewem głównym i poziomymi wlewami doprowadzającymi (90°). Zapisać odpowiednie równanie Bernoulliego dla tego przypadku.

Nowe równanie Bernoulliego dla poziomów 0,1:

$$H + p_b / (\rho g) + \frac{1}{2} w_0^2 / g = 0 + p_b / (\rho g) + \frac{1}{2} U_1 w_1^2 / g + \frac{1}{2} U_1 \zeta w_1^2 / g + \frac{1}{2} U_2 w_2^2 / g + \frac{1}{2} U_2 \zeta w_2^2 / g, \quad (5)$$

gdzie: $w_0 = 0$.

Po uproszczeniu równanie (3) przyjmie postać:

$$H = \frac{1}{2} (1 + \zeta) U_1 w_1^2 / g + \frac{1}{2} (1 + \zeta) U_2 w_2^2 / g \quad (5a)$$

Wartość straty lokalnej dla zmiany kierunku przepływu o kąt prosty wynosi $\zeta = 1,1$.

Mamy więc

$$H = \frac{1}{2} \cdot 2,1 / g (U_1 w_1^2 + U_2 w_2^2)$$

Podobnie jak w przykładzie poprzednim, przy założeniach: $w_1 = w_2$ oraz $A_1 = 2 A_2$ otrzymamy układ równań

	Układ równań bazowych	Równania po uproszczeniu
1	$1,2 (A_1 + A_2) = A_g$	$3,6 \cdot A_2 = A_g$
2	$A_1 w_1 = 2 A_2 w_2$	$A_1 = 2 A_2$
3	$2 g H = 2,1 (U_1 w_1^2 + U_2 w_2^2)$	$2 / 2,1 \cdot 9,81 H = w_1^2$
4	$A_1 w_1 + A_2 w_2 = (m_1 + m_2) / (\rho \tau_{zal})$	$3 A_2 w_1 = C$

.przy czym: $U_1 + U_2 = 1$

+

Seria obliczeń dla zmiennej wysokości H daje wyniki przedstawione w tabeli 3.

H	w_1	w_2	A_1	A_2	A_g	Zgodność z założeniami
.m	m/ s	m/ s	cm ²	cm ²	cm ²	---
0,1	0,97	0,97	5,75	2,87	10,3	nie
0,2	1,37	1,37	4,06	2,03	7,32	nie
0,3	1,67	1,67	3,32	1,66	5,97	TAK
0,4	1,93	1,93	2,87	1,44	5,17	TAK
0,5	2,16	2,16	2,57	1,28	4,63	TAK
0,6	2,37	2,37	2,35	1,17	4,22	TAK

W nowym ujęciu zagadnienia warunki założone w przykładzie poprzednim ($H > 200$ mm i minimalna powierzchnia kanału większa od 1 cm²) spełniają teraz 4 warianty konstrukcyjne układu wlewowego.

Wariant C: uwzględnić opory liniowe Δh_λ dla $L_{12} = 200$ mm.

Definicja: $H_{\text{str. } \lambda} = \frac{W_1^2}{2g} \lambda \frac{L}{d}$

(22.02. 2011)

Zadanie 12 (wg [3])

(płyn rzeczywisty, ujęcie strat energii, 9 .02.2011)

Straty energii uwzględnione są poprzez pojęcie „wysokości” strat, które mogą być :

- a) lokalne (miejscowe),
- b) liniowe, uwzględniające opory tarcia.

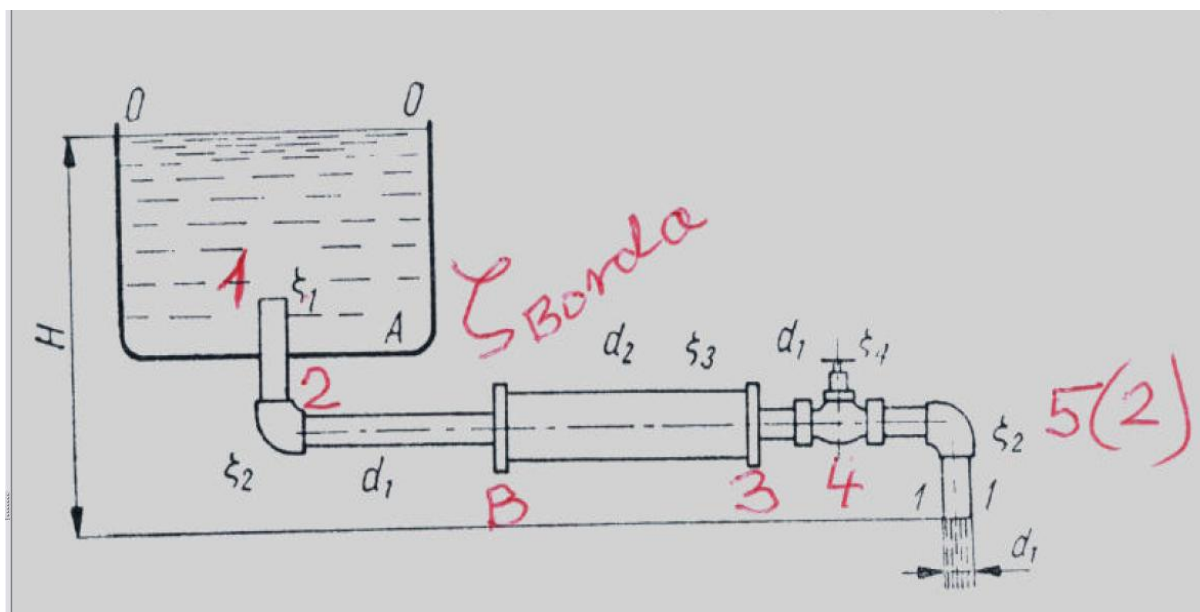
Z dużego zbiornika A wypływa woda przez przewód rurowy o średnicy $d_1 = 60 \text{ mm}$ do kanału cylindrycznego o średnicy $d_2 = 100 \text{ mm}$. Następnie płynie przez zawór Z4 oraz zmienia kierunek o 90° w tzw. kolanku i wypływa do otoczenia (atmosfery). Obliczyć objętościowe natężenie przepływu $V^* (Q)$ jeżeli wysokość bazowa układu wynosi $H = 1,5 \text{ m}$. Prędkość liniową oznaczyć przez v .

Uwzględnić współczynniki strat lokalnych (miejscowych) „dzeta”, określające straty dla 5. charakterystycznych „punktów” instalacji :

- 1) na wejściu (ze zbiornika do cienkiego kanału) ... $\zeta_1 = 1,1$
- 2) spowodowane zmianą kierunku o 90° $\zeta_2 = 0,3$,
- 3) wywołane gwałtownym rozszerzeniem przekroju - wg wzoru Borda,
- 4) spowodowane gwałtownym zwężeniem przekroju ... $\zeta_3 = 0,06$,
- 5) wynikającymi z przepływu w zaworze $\zeta_4 = 5$

Ponieważ proste odcinki przewodów są krótkie pominąć straty uwzględniające tarcie (współczynnik $\lambda = 0$).

Poniżej przedstawiono schemat układu (rys. 2)



Ogólny zapis straty lokalnej w punkcie „i” - przy prędkości bazowej w_1 - ma postać:

$$\Delta H_{si} = \zeta_i \frac{w_1^2}{2g} \quad (30)$$

Wzór Borda (gwałtowne rozszerzenie przekroju, $d_2 > d_1$) ma postać:

$$\Delta H_s = \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} \left[1 - \frac{d_1^2}{d_2^2} \right]^2 \quad (31), \text{ czyli}$$

$$\zeta_B = \left[1 - \frac{d_1^2}{d_2^2} \right]^2 = (1 - 0,5^2)^2 = 0,5625 \quad (\text{tu } d_1 = 50 \text{ mm})$$

Układamy równanie Bernoulliego dla przekrojów 0-0 i 1-1

$$H + \frac{p_a}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} + \zeta_1 \frac{w_1^2}{2g} + \zeta_2 \frac{w_1^2}{2g} + \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} + \zeta_3 \frac{w_1^2}{2g} + \zeta_4 \frac{w_1^2}{2g} + \zeta_2 \frac{w_1^2}{2g}$$

Z równania ciągłości przepływu (niezmienna gęstość płynu) mamy:

$$V^* = \frac{1}{4} \pi d_1^2 w_1 = \frac{1}{4} \pi d_2^2 w_2, \text{ skąd } w_2 = w_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \text{ (patrz wzór Borda 31)}$$

Z równania Bernoulliego wyznaczamy prędkość w_1 :

$$w_1 = \sqrt{\frac{2gH}{\zeta_1 + 2\zeta_2 + \zeta_B + \zeta_3 + \zeta_4 + 1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5}{1 + 0,5 + 0,562 + 0,06 + 4 + 1}}$$

$$W_1 = (29,43 / 7,122)^{0,5} = 2,03 \text{ m/s.}$$

$$F_1 = \frac{1}{4} \pi d_1^2 = 0,00196 \text{ m}^2$$

Objętościowe natężenie przepływu wynosi:

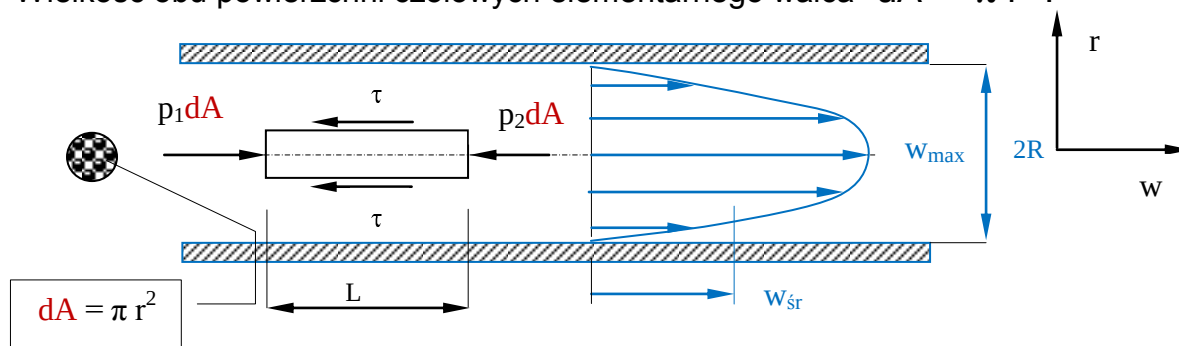
$$V^* = F_1 \cdot w_1 = 0,00398 \text{ m}^3/\text{s}.$$

14. Przepływ laminarny płynu lepkiego w przewodzie **o przekroju kołowym**

(ćwicz. lab. .nr 3)

Typowym procesem przepływu w przewodzie o przekroju kołowym jest model (przepływ) Hagen- Poiseuille'a. Jest to ustalony, laminarny przepływ płynu lepkiego i nieściśliwego w prostym przewodzie poziomym o niezmiennym przekroju kołowym. Z objętości płynu wyodrębniamy myślowo obszar o kształcie współosiowego walca o promieniu r i długości L .

Wielkość obu powierzchni czołowych elementarnego walca $dA = \pi r^2$.



Elementarna objętość płynu porusza się ruchem jednostajnym, więc warunek równowagi sił działających na elementarny walec (1 zasada dynamiki Newtona) wymaga, aby suma sił zgodnych z osią przewodu była równa zero. Na cylindrycznej powierzchni walca występują siły tarcia (siły styczne) wywołane oddziaływaniem pozostałej masy płynu i mają one zwrot przeciwny do prędkości przepływu.

Zgodnie z hipotezą tarcia Newtona naprężenia styczne wewnątrz płynu opisuje wzór:

$$\tau = -\mu \frac{dw}{dr} \quad [\text{Pa}] \quad (\text{E1})$$

gdzie: μ – lepkość dynamiczna ($\mu = \rho \nu$), [Pa s],

dw/dr – gradient prędkości (ujemny więc we wzorze znak "minus").

Siła tarcia wynosi: $T = 2 \pi r L \tau$.

Warunek równowagi sił ma postać:

$$(p_1 - p_2) \cdot dA - T = 0,$$

$$p_1 \pi r^2 - p_2 \pi r^2 - 2 \pi r L \tau = 0 \quad (\text{E2})$$

Dwa pierwsze człony bilansu to różnica sił ciśnieniowych w wyniku straty ciśnienia a trzeci to siła tarcia. Z powyższych zależności otrzymuje się gradient prędkości :

$$\frac{dw}{dr} = - \frac{p_{\text{str}} r}{2 \mu L}$$

Po scałkowaniu i wyznaczeniu stałej całkowania mamy :

$$w = - \frac{p_{\text{str}} r^2}{4 \mu L} + C \quad \text{oraz:} \quad C = \frac{p_{\text{str}} R^2}{4 \mu L}$$

Równanie rozkładu prędkości w przekroju kołowym (E3) :

$$w = \frac{p_{\text{str}}}{4 \mu L} (R^2 - r^2) \quad (\text{E3})$$

Prędkość średnia : $w_{\text{sr}} = \frac{p_{\text{str}} d^2}{32 \mu L} = \frac{p_{\text{str}} d^2}{32 \rho \nu L}$, co pozwala wyznaczyć prosto

objętościowe natężenie przepływu: $V^* = w_{\text{sr}} \pi R^2 = \frac{\pi p_{\text{str}}}{8 \mu L} R^4 = \frac{\pi p_{\text{str}}}{128 \mu L} D^4 \quad (\text{E4})$ Koniec.

(10. 04. 2013)

15. Przepływ płynu przez przewody połączone równolegle

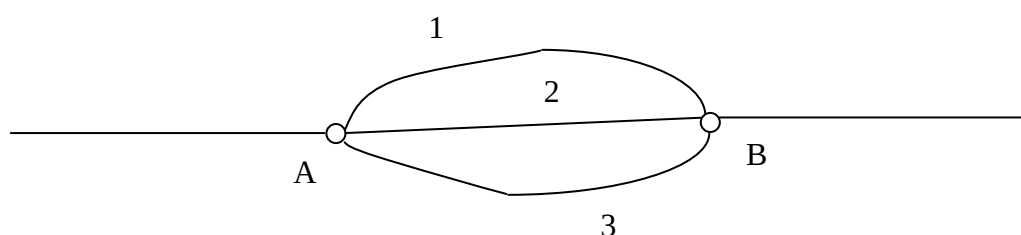
1. Warunki geometryczno-fizyczne układu

Badany układ złożony jest z przewodu dopływowego A, trzech przewodów połączonych równolegle oraz z przewodu zbiorczego B.

Do opisu procesu konieczne jest wykorzystanie następujących parametrów:

- długości L_1, L_2, L_3 ,
- średnice przewodów D_1, D_2, D_3 ,
- prędkości liniowe w_1, w_2, w_3 ,
- współczynniki strat tarcia (liniowych) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

Założymy brak oporów miejscowych w węzłach A, czyli $\zeta_A = \zeta_B = 0$.



Ponieważ warunki na obu węzłach tj. na wlocie (węzeł A) i wylocie przewodów (B) są takie same to opory tarcia i straty ciśnienia są również jednakowe:

$$h = h_{str} = h_{str1} = h_{str2} = h_{str3} \quad \text{lub}$$

$$h = h_{str} = \lambda_1 \frac{L_1 w_1^2}{D_1 2g} = \lambda_2 \frac{L_2 w_2^2}{D_2 2g} = \lambda_3 \frac{L_3 w_3^2}{D_3 2g} \quad (a1)$$

Objętościowe natężenie przepływu musi spełniać warunek :

$$V^*_0 = V^*_A = V^*_B = V^*_1 + V^*_2 + V^*_3 \quad (a2)$$

Jeżeli zechcemy wyznaczyć parametry przewodu zastępczego o średnicy D_0 i prędkości w_0 to równanie (a2) przyjmie postać:

$$w_0 D_0^2 = w_1 D_1^2 + w_2 D_2^2 + w_3 D_3^2 \quad (a3)$$

Dla przewodu zastępczego musi obowiązywać zależność :

$$h = \lambda_0 \frac{L_0 w_0^2}{D_0 2g}$$

Ponieważ z (a1) wynika

$$w_i = \sqrt{h \frac{D_i 2g}{\lambda_i L_i}} \quad \text{otrzymamy z (a3) równanie}$$

$$D_0^2 \sqrt{\frac{D_0}{\lambda_0 L_0}} = D_1^2 \sqrt{\frac{D_1}{\lambda_1 L_1}} + D_2^2 \sqrt{\frac{D_2}{\lambda_2 L_2}} + D_3^2 \sqrt{\frac{D_3}{\lambda_3 L_3}}$$

Jeżeli współczynniki strat liniowych dla poszczególnych przewodów są równe, czyli

$$\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_i$$

to wzór wyrażający średnicę i długość przewodu zastępczego (równoważnego natężeniowo) przyjmie postać:

$$\sqrt{\frac{D_0^5}{L_0}} = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{D_i^5}{L_i}}$$

Średnica D_0 to średnica przewodu zastępczego $D_z = D_0$ o długości L_0 , którym popłynie ta sama ilość płynu co w przewodach rozgałęzionych przy tym samym spadku ciśnienia wynikającym z wartości h_{str} .

2012/ 13

16. Przykład określenia oporów przepływu w płynie rzeczywistym

(zadanie 13)

Przykład jest oparty o ideę ćwiczenia laboratoryjnego nr 2.

Do bocznej ścianki zbiornika z wodą (rys.1) przyłączona jest „gładka” (pomijalnie mała chropowatość) rurka miedziana o średnicy wewnętrznej $d_w = 13$ mm, przez którą przepływa

woda o znanej temperaturze $t = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Układ nr 1 złożony jest z 5. rurek prostych i 4. kolanek, co zilustrowano na rys. 1.

Układ nr 2 jest krótszy, ponieważ składa się z 3. rurek prostych i 2 kolanek.

Całkowite długości kanałów wynoszą:

e) dla układu 1 : $L_1 = 1650\text{ mm}$,

f) dla układu 2 : $L_2 = 990\text{ mm}$.

Górny poziom wody w zbiorniku jest niezmienny (podczas pomiaru górny poziom wody w zbiorniku jest „regulowany”). Wysokość „użyteczna” zbiornika H jest stała i równa $H = 210\text{ mm}$, z czego wynika, że prędkość w_0 dla swobodnej i nieruchomej powierzchni cieczy w zbiorniku wynosi $w_0 = 0$.

W wyniku pomiaru czasu przepływu założonej objętości płynu uzyskano wartości liniowych prędkości przepływu :

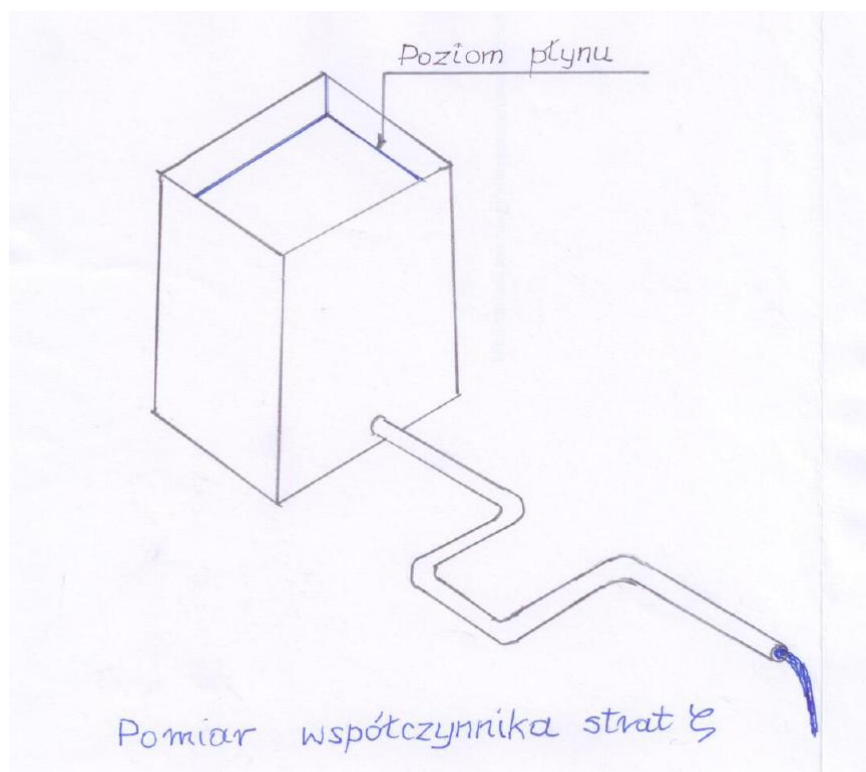
a) dla układu 1 : $w_{x1} = 0,78\text{ m/s}$,

b) dla układu 2 : $w_{x2} = 0,96\text{ m/s}$.

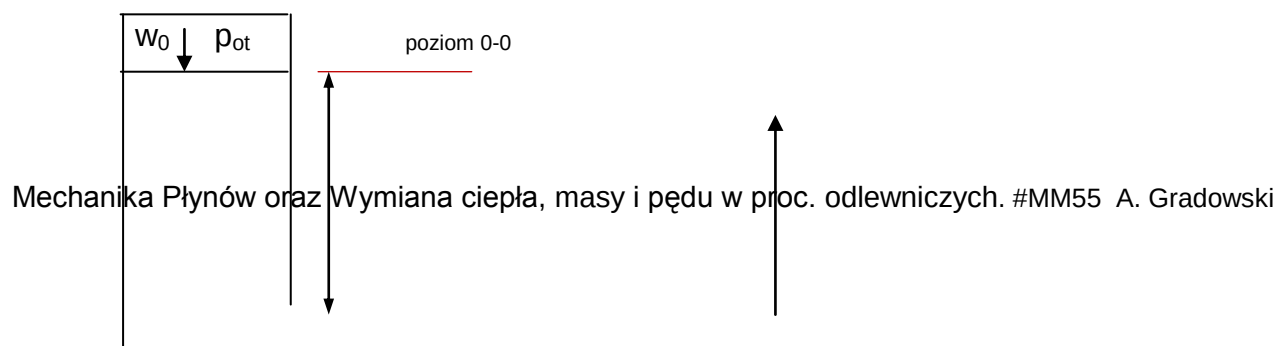
Wartość lepkości kinematycznej wody ($t = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$) wynosi $\nu = 1,1 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$.

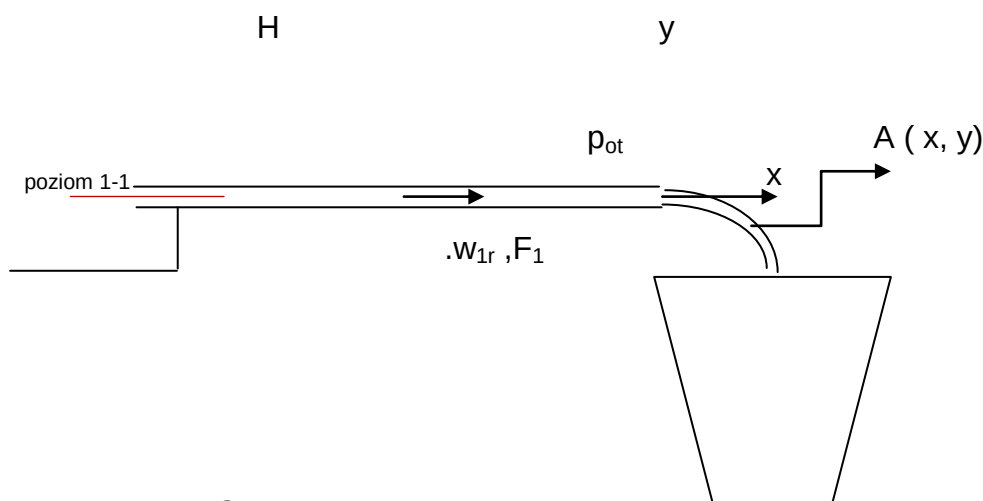
Wyznaczyć:

- współczynnik oporów lokalnych w strefie wypływu wody ze zbiornika do kanału ζ_1 ,
- współczynnik oporów miejscowych w strefie kolanek ζ_2 .
- liczbę Reynoldsa Re (charakter przepływu),
- wysokość lokalnych strat energetycznych h_s dla płynu rzeczywistego,



Rys. 1. Szkic układu





Rys. 2. Schemat układu

Układamy równanie Bernoulliego dla układu 1 (rys. 1) dla przekrojów 0-0 i 1-1

$$H + \frac{p_{ot}}{\rho g} + \frac{w_0^2}{2g} = \frac{p_{ot}}{\rho g} + \frac{w_{x1}^2}{2g} + \zeta_1 \frac{w_{x1}^2}{2g} + 4\zeta_2 \frac{w_{x1}^2}{2g} + H_{s.lin1} \quad (1)$$

Układamy równanie Bernoulliego dla układu 2 (3 elementy proste i 2 kolanka) dla przekrojów 0-0 i 1-1

$$H + \frac{p_{ot}}{\rho g} + \frac{w_0^2}{2g} = \frac{p_{ot}}{\rho g} + \frac{w_{x2}^2}{2g} + \zeta_1 \frac{w_{x2}^2}{2g} + 2\zeta_2 \frac{w_{x2}^2}{2g} + H_{s.lin2} \quad (2)$$

W obu równaniach ciśnienie otoczenia upraszcza się i znika składnik zawierający $w_0 = 0$. Współczynnik strat λ zależy od liczby Reynoldsa. Dla układu 1 i 2 mamy:

$$Re_1 = w_{x1} d_w / \nu = 0,777 \cdot 0,013 / 1,1 \cdot 10^{-6}, \quad \underline{Re_1 = 8864}$$

$$Re_2 = w_{x2} d_w / \nu = 0,951 \cdot 0,013 / 1,1 \cdot 10^{-6}, \quad \underline{Re_2 = 9691}$$

Dla $Re > 2300$ można – przy pewnym uproszczeniu – przyjąć do obliczeń zależności

$$\lambda_1 = 0,316 / Re_1^{0,25} = 0,316 / 8864^{0,25} = 0,0326$$

$$\lambda_2 = 0,316 / Re_2^{0,25} = 0,316 / 9691^{0,25} = 0,0318$$

Straty liniowe dla obu przypadków wynoszą :

$$H_{s.lin1} = w_{x1}^2 / (2g) \cdot \lambda_1 \cdot L_1 / d_w = 4,13 \text{ m}$$

$$H_{s.lin2} = w_{x2}^2 / (2g) \cdot \lambda_2 \cdot L_2 / d_w = 2,42 \text{ m}$$

Możemy zapisać dwa równania

$$w_{x1} = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \zeta_1 + 4\zeta_2 + 0,0326 \cdot L_1 / d_w}} = 0,78 \text{ m/s} \quad (a)$$

oraz

$$w_{x2} = \sqrt{\frac{2 gH}{1 + \zeta_1 + 2 \zeta_2 + 0,0318 \cdot L_2 / d_w}} = 0,96 \text{ m/s} \quad (b)$$

Rozwiązanie układu równań (a, b) pozwala na uzyskanie
 $\zeta_1 = 0,55$; $\zeta_2 = 0,28$.

16. 1. Praca kontrolna

Należy rozwiązać powyższe zadanie dla danych z poniższej tabeli (wrzesień 2012)

H, mm	. W_{x1}	. W_{x1}	
230	0,82	1,01	
240	0,84	1,03	

..

16. 2. Właściwości fizyczne wody

Wybrane właściwości fizyczne wody							
Tempe- ratura t °C	Gęstość ρ kg/m³	Ciepło właściwe c J/(kgK)	Współczynnik				Liczba Prandla Pr -
			przewodzenia ciepła λ W/(mK)	dyfuzyjności cieplnej α·10 ⁷ m²/s	dynamiczny lepkości η·10 ³ Pa·s	kinematyczny lepkości ν·10 ⁶ m²/s	
0	999.8	4240	0.550	1.31	1.790	1.790	13.7
5	999.7	4228	0.561	1.33	1.530	1.540	11.3
10	999.6	4215	0.573	1.36	1.304	1.300	9.56
15	998.9	4211	0.585	1.39	1.128	1.100	8.15
20	998.2	4207	0.597	1.42	1.001	1.000	7.06
25	996.9	4207	0.607	1.44	0.898	0.910	6.20
30	995.6	4203	0.616	1.47	0.801	0.805	5.50
35	993.9	4203	0.624	1.50	0.716	0.720	4.85
40	992.2	4203	0.632	1.53	0.653	0.659	4.30
45	990.1	4203	0.639	1.54	0.603	0.615	3.90
50	988.0	4203	0.646	1.56	0.549	0.556	3.56
55	985.6	4203	0.652	1.58	0.505	0.515	3.25
60	983.2	4207	0.658	1.61	0.471	0.479	3.00
65	980.5	4211	0.662	1.61	0.437	0.445	2.75
70	977.7	4215	0.666	1.61	0.406	0.415	2.56

Uwaga dla odlewników [C. Podrzucki poz. 11]:

Lepkość kinematyczna dla żeliwa przy temperaturze 1360 °C
 wynosi $\nu = 9,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.

17. Przykład analizy straty ciśnienia w układzie wlewowym

(Zadanie 14 - OPORY LINIOWE)

Poziomy wlew rozprowadzający układu wlewowego (forma piaskowa) posiada przekrój kwadratowy o boku $d = 12 \text{ mm}$ i długości $L = 0,9 \text{ m}$. Płynie w nim ciekłe żeliwo o temperaturze 1360°C przy liniowej prędkości strumienia równej $w = 1,3 \text{ m/s}$. Obliczyć natężenie przepływu. Zakładając chropowatość ścian kanału $k = 0,3 \text{ mm}$, obliczyć spadek ciśnienia odpowiadający długości wlewu L . Założyć gęstość i lepkość kinematyczną żeliwa dla 1360°C :

Obliczamy:

a) powierzchnia przekroju kanału: $A = (12 \cdot 10^{-3})^2 = 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

b) masowe natężenie przepływu

$$Q = w \cdot A \cdot \rho = 1,3 \cdot 1,44 \cdot 10^{-4} \cdot 7000 = 1,31 \text{ kg/s}$$

c) liczba Reynoldsa

$$Re = w d / \nu = 1,3 \cdot 0,012 / (9,9 \cdot 10^{-7}) = 15\,760, \text{ z czego wynika turbulentny charakter przepływu.}$$

d) chropowatość względna: $s = d / k = 12 / 0,3 = 40$

e) współczynnik strat liniowych

$$\text{z wykresu Nikuradsego, wg wartości } s = 40 \text{ i } Re = 15\,760, \text{ wyznaczamy } \lambda = 0,056$$

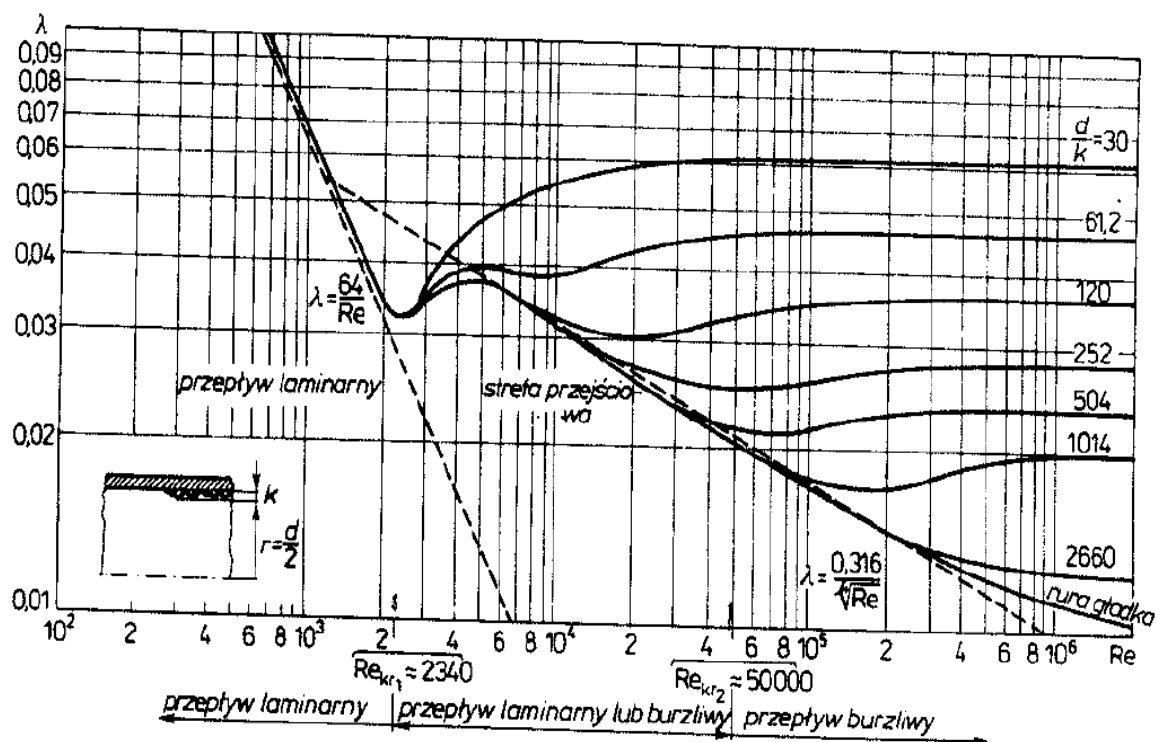
f) wysokość strat liniowych h_s :

$$h_s = w^2 \lambda \frac{L}{2 g d} = 1,3^2 \cdot 0,056 \cdot \frac{0,9}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,012} = 0,114 \text{ m}$$

g) strata (spadek) ciśnienia:

$$\Delta p = \rho g h_s = 7000 \cdot 9,81 \cdot 0,114 = 7856 \text{ Pa} = 7,86 \text{ kPa}$$

Poniżej przedstawiono wykres Nikuradsego przedstawiający wartości współczynnika strat liniowych w oparciu o wartość liczby Reynoldsa („harfa Nikuradsego”).



Rys. 3. Krzywe zależności współczynnika strat liniowych od liczby Reynoldsa dla różnych wartości chropowatości względnej

Definicja oporów liniowych : $H_{\text{str} \cdot \lambda} = \frac{W_1^2}{2g} \lambda \frac{L}{d}$

Opory liniowe dla rur gładkich :

- a) dla ruchu laminarnego, $Re < 2340$
 $\lambda = 64 / Re$
- b) dla burzliwego przepływu, $Re > 50\,000$
 $\lambda = 0,316 Re^{-0,25}$ (wzór Blasiusa) lub :
 $\lambda = 0,21 Re^{-0,21}$ (wzór Burki)

18. Wymiana ciepła w warunkach konwekcji naturalnej

Podstawowym parametrem opisującym przebieg procesu konwekcji jest współczynnik wymiany ciepła (α). Liczne badania konwekcji swobodnej, dla ciał o różnych kształtach, przeprowadził Michiejew. Ich wyniki przedstawione w postaci kryterialnej (liczby: Nusselta, Grashofa i Prandtla) pozwoliły na uzyskanie zależności liczby Nusselta od iloczynu Gr Pr.

Ogólne równanie kryterialne ma postać:

$$Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^n \quad (a1)$$

gdzie:

$$Nu = \alpha \cdot \frac{d_e}{\lambda_m} \quad - \text{ kryterium Nusselta,}$$

$$Gr = \beta_m \nu_m^{-2} g d_e^3 \Delta T \quad - \text{ kryterium Grashofa,}$$

$$Pr = \frac{\nu_m}{a_m} \quad - \text{ kryterium Prandtla,}$$

α - współczynnik wymiany (przejmowania) ciepła,

β - współczynnik rozszerzalności objętościowej płynu,

d_e - charakterystyczny (ekwiwalentny) wymiar liniowy ciała,

ν_m - lepkość kinematyczna medium,

C, n - stałe (współczynniki) uwzględniające zróżnicowane rodzaje ruchu ciepła na drodze konwekcji, podane w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości stałych wg badań Michiejewa [5]

Gr · Pr	10^{-3} do $5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2$ do $2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7$ do 10^{13}
C	1,18	0,54	0,135
n	1/ 8	1/ 4	1/ 3
Przypadek	A	B	C

Przy pewnym stopniu uproszczenia, wyróżnić można trzy następujące przypadki konwekcyjnej wymiany ciepła [B. Staniszewski s. 304] :

A. pionowe druty i rury, poziome druty,

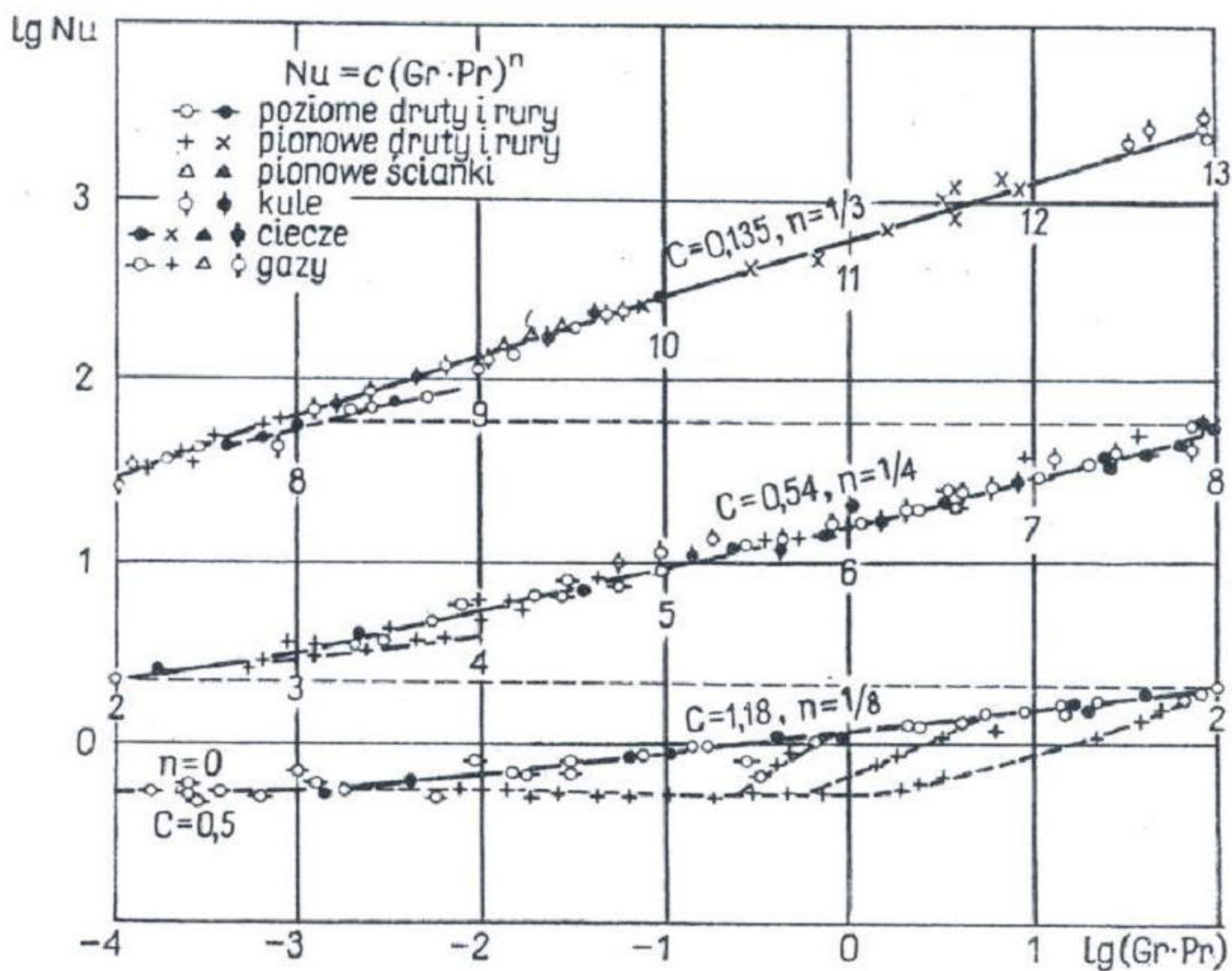
B. pionowe i poziome druty, kule,

C. pionowe druty i rury, pionowe ścianki, kule.

(poprawiono 8-06-2010)

W przypadku ścian pionowych wymiarem charakterystycznym jest wymiar wysokości.

Wyniki badań Michiejewa przedstawiono na rys. 18.1.



Rys. 18.1. Zależność liczby Nu od iloczynu $Gr \cdot Pr$ wg Michiejewa.

19. Przykłady zadań

(zadanie 15, konwekcja naturalna, M)

Określić współczynnik przejmowania ciepła w warunkach konwekcji swobodnej na powierzchni zewnętrznej tradycyjnego żeliwiaka o średnicy zewnętrznej równej 1200 mm i wysokości strefy chłodzenia równej 2000 mm. Założyć średnią temperaturę zewnętrzną powierzchni płaszcza żeliwiaka równą $T_z = 60^\circ\text{C}$ oraz temperaturę otoczenia $T_{ot} = 20^\circ\text{C}$. Potrzebne dane przyjąć z tablic dla średniej temperatury warstwy przyściennej T_{sr} .

Wymiar charakterystyczny $d_e = 2 \text{ m}$, $\Delta T = 60 - 20 = 40 \text{ K}$.

Średnia temperatura $T_{sr} = 0,5 (20 + 60) = 40^\circ\text{C}$.

Dla tej temperatury mamy:

- a) lepkość $\nu_m = 18 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$,
- b) współczynnik przewodzenia $\lambda_m = 0,028 \text{ W/(m K)}$,
- c) liczba Prandtla $Pr = 0,72$
- d) współczynnik rozszerzalności

$$\beta = \frac{1}{(273 + 40)} = 1/313 = 0,0032 \text{ K}^{-1}$$

Liczba Grashofa $Gr = 0,0032 / (18 \cdot 18 \cdot 10^{-12}) \cdot 9,81 \cdot 2^3 \cdot 40$

$Gr = 3,55 \cdot 10^{10}$,

$Gr \cdot Pr = 3,55 \cdot 0,72 \cdot 10^{10} = 2,56 \cdot 10^{10}$

$Nu = 0,135 (2,56 \cdot 10^{10})^{0,333} = 398$

Szukany współczynnik wymiany (przejmowania) ciepła :

$$\alpha = 398 / 2 \cdot 0,028 = 5,57 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

20. Wybrane zagadnienia z teorii podobieństwa (liczby podobieństwa)

Jako kryterium podobieństwa przyjmuje się równość odpowiednich parametrów oraz równań opisujących porównywalne zjawiska fizyczne. Warunki podobieństwa hydrodynamicznego (dynamicznego) wymagają sformułowania i wybrania liczb podobieństwa, opisujących relacje sił bezwładności, sił masowych (wywołanych polem grawitacyjnym), sił lepkości, sił wyporu oraz energii kinetycznej przepływu.

W zagadnieniach wymiany masy (ciepła) istotne znaczenia mają następujące liczby podobieństwa:

a) liczba Reynoldsa : $Re = w L / \nu$,

b) liczba Froude' a : $Fr = \frac{w^2}{L g}$

c) liczba Eulera : $Eu = \frac{\Delta p}{\rho w^2}$,

d) liczba Strouhala : $Sr = w \tau / L$

gdzie : L – charakterystyczny wymiar ciała (średnica, wysokość, długość),

w – średnia prędkość liniowa [m/ s].

g - przyspieszenie ziemskie [m/ s²],

τ - czas ,

Δp - różnica ciśnień [Pa].

Podstawową liczbą podobieństwa jest liczba Reynoldsa, opisująca iloraz sił bezwładności do sił tarcia wewnętrznego (wywołane siłami lepkości). Liczba Froude' a wyraża stosunek sił bezwładności do siły grawitacji (sił masowych). Według konstruktorów statków liczba Froude' a wyraża opory falowe na powierzchni płynu.

Liczba Eulera jest miarą stosunku spadku ciśnienia statycznego w strumieniu do ciśnienia dynamicznego (wyrażającego energię kinetyczną). Natomiast liczba Strouhala [6] charakteryzuje nieustalony charakter przepływu. Poznana wcześniej liczba Grashofa stanowi miarę stosunku sił wyporu do sił tarcia wewnętrznego (lepkości), czyli opisuje zjawisko wywołane różnicą gęstości płynu podczas konwekcji swobodnej (zgodnie z prawem Archimedesesa).

.. ---

21. Przykłady zadań z przepływu ciepła i masy (gaz)

(Zadanie 16, plik 34R-Ruch Ciepła i Masy-W4)

W kotłowym podgrzewaczu powietrza zachodzi przemiana izobaryczna podczas której powietrze o temperaturze początkowej $T_1 = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ podgrzewane jest do temperatury końcowej równej $T_2 = 250\text{ }^{\circ}\text{C}$, przy ciśnieniu powietrza równym $p_{\text{ot}} = 1$ bar. Obliczyć ilość ciepła Q^* pobieraną przez powietrze jeżeli jego masowe natężenie przepływu wynosi $\dot{m} = 30\text{ kg/s}$. Obliczyć średnią, liniową prędkość przepływu w przewodzie (kanale) wylotowym podgrzewacza, jeżeli sumaryczny przekrój kanałów przepływowych wynosi $F = 3\text{ m}^2$. Potrzebne dane przyjąć z tablic dla temperatury średniej powietrza.

Wszystkie poniższe obliczenia wygodnie jest wykonać w odniesieniu do przedziału czasowego równego 1 s. Dane:

- a) średnie ciepło właściwe dla powietrza w zakresie temperatury 20 do $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ wynosi $c_p = 1016\text{ J/(kg K)}$,
- b) indywidualna stała gazowa $R = 287\text{ J/(kg K)}$.

W procesie izobarycznym przyrost ciepła jest równy przyrostowi entalpii (co wynika z 2. postaci 1. zasady termodynamiki).

Obliczamy kolejno:

1. Przyrost entalpii $\Delta i = c_p (T_2 - T_1) = 1016 \cdot (250 - 20) = 233\,700\text{ J/kg}$
2. Strumień ciepła $(\Delta Q / \Delta \tau)$:

$$Q^* = \dot{m} \Delta i = 30 \cdot 233\,700 = 7\,011\text{ kJ/s.}$$

3. Gęstość powietrza (z równania stanu gazu):

$$T_2 = 250 + 273 = 523\text{ K}$$

$$\rho_2 = p / (R T_2) = 100\,000 / (287 \cdot 523) = 0,666\text{ kg/m}^3.$$

4. Prędkość przepływu powietrza wynika z natężenia przepływu:

$$\dot{m} = w F \rho_2, \quad \text{czyli: } w = \frac{\dot{m}}{F \rho_2} \quad \text{m/s.}$$

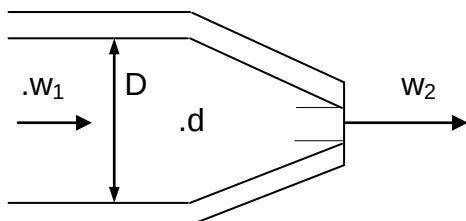
(28.03.2011)

22. Napór hydrodynamiczny strumienia cieczy [2]

Zadanie 17 (wg [2])

(s. 50)

Przystawka to połączenie elementu walcowego ze stożkowym. Znamy średnicę części walcowej $D = 80$ mm oraz średnicę strumienia wypływającego $d = 20$ mm. Średnia prędkość wypływu wody wynosi $w_2 = 15$ m/s. Pomijając różnicę ciśnień obliczyć reakcję hydrodynamiczną na przystawkę. Przyjąć gęstość wody $\rho = 1000$ kg/m³.



Dla ustalonego strumienia cieczy (pole prędkości niezmiennie w czasie) reakcja hydrodynamiczna wynika z bilansu pędów, który w literaturze nazywany jest zasadą ilości ruchu (ilość ruchu to inna nazwa pędu, iloczynu masy i prędkości). Rozpatrując dwa przekroje możemy napisać bilans:

$$R = \rho V^* w_2 - \rho V^* w_1 = \rho V^* (w_2 - w_1)$$

Natężenie przepływu i prędkość w_1 wyrazimy:

$$V^* = 1/4 \pi d^2 w_1 = 1/4 \pi D^2 w_2$$

.czyli $w_1 = w_2 (d/D)^2$

$$w_1 = 15 (20/80)^2 = 0,938 \text{ m/s}$$

$$R = 1/4 \pi \rho w_1^2 d^2 (1 - d^2/D^2)$$

$$R = 1/4 \pi \cdot 1000 \cdot 0,938^2 (1 - 400/6400) = 0,259 \text{ N}$$

Reakcja hydrodynamiczna wynosi $R = 0,259$ N.

.-

23. Zastosowanie prawa Archimedesesa do projektowania technologii

procesów odlewniczych

(1R mgr, 14.04. 2011., Prace Kontr. N.Sól)

Zadanie 18

Zgodnie z prawem Archimedesesa na ciało (bryłę) zanurzone w płynie działa skierowana ku górze siła wyporu. Jest ona równa iloczynowi objętości wypartego płynu i jego gęstości. Do bilansu sił ważna jest pionowa siła wypadkowa, proporcjonalna do różnicy gęstości płynu i ciała.

Stara wersja prawa mówi, że ciało zanurzone w cieczy lub gazie traci pozornie na ciężarze tyle, ile wynosi ciężar cieczy lub gazu, wypartej przez to ciało.

Zadanie

Do rozwiązania zadania niezbędna jest dokładna analiza geometrii układu przedstawionego na poniższym rysunku.

Odlew posiada kształt wydrążonej półkuli z kołnierzem cylindrycznym i wykonany jest z żeliwa o gęstości w stanie ciekłym równej 7000 kg/m^3 . Całą objętość odlewu odtwarzana jest w górnej części formy a dolna część formy odtwarza powierzchnie sferyczną półkuli i dolne powierzchnie kołnierza. Zbiornik wlewowy przewidziany jest w nadstawce przesuniętej względem górnej formy (rys.). Obliczyć wartość siły parcia (w górę!) na górną część formy. Skonstruować bilans sił w celu obliczenia wielkości siły koniecznej do obciążenia formy oraz minimalnej masy obciążnika.

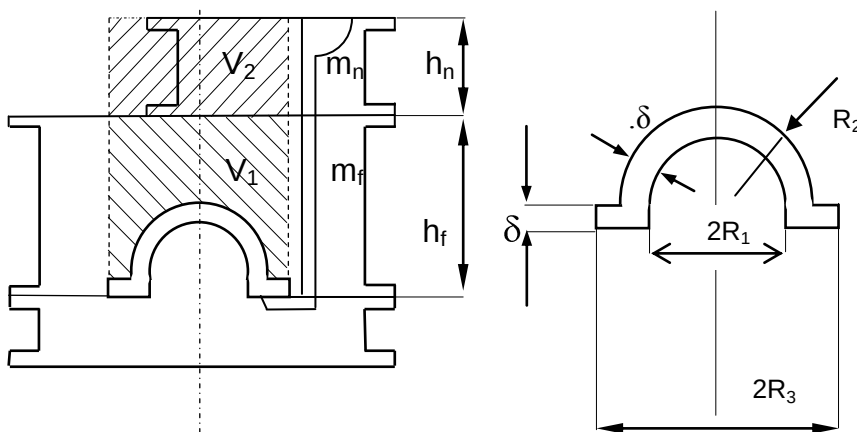
Dane geometryczne:

$$R_1 = 0,3 \text{ m} ; R_3 = 0,4 \text{ m} ; h_f = 0,5 \text{ m} ; h_n = 0,1 \text{ m} ; \delta = 20 \text{ mm}$$

Pozostałe dane :

- a) masa skrzynki górnej wynosi $m_f = 1300 \text{ kg}$,
- b) masa nadstawki $m_n = 250 \text{ kg}$.

Schemat układu odlew-forma (rysunek nie jest precyzyjny ale ODLEW JEST PÓŁKULĄ)



Zgodnie z ideą prawa Archimedesesa rolę „ciała zanurzonego” w ciekłym metalu spełnia bryła wypełniona materiałem formy i powietrzem otoczenia, będąca sumą objętości V_1 i V_2 (bryła V_2 to część nadstawki oraz bryła „gazowa” – wymaga to pewnej wyobraźni!).

Siła wyporu (wypór) wynika z bilansu składowych sił parcia i jest skierowana pionowo w górę. Jej wartość jest iloczynem masy odpowiadającej objętości „ciała zanurzonego” i przyspieszenia ziemskiego g (używa się też pojęcia „ciężaru”).

Zgodnie z warunkami zadania dolna część rozpatrywanej bryły przestrzennej posiada powierzchnię sferyczną o promieniu R_2 a górna jest powierzchnią płaską, poziomą, styczną do górnej powierzchni ciekłego metalu w zbiorniku wlewowym.

Rozwiązanie

Promień $R_2 = R_1 + \delta = 0,3 + 0,02 = 0,32 \text{ m}$

Objętość V_1 (w skrzynce „dolnej” o wys. h_f) jest wynikiem bilansu objętości „dodatnich” i „ujemnych”, czyli: walca (+), półkuli (-), pierścienia (-).

Można to wyrazić w postaci :

$$V_1 = \pi \left[R_3^2 h_f - \frac{2}{3} R_2^3 - (R_3^2 - R_2^2) \delta \right] =$$

$$3,14 \cdot \left[0,4^2 \cdot 0,5 - 0,667 \cdot 0,32^3 - (0,4^2 - 0,32^2) \cdot 0,02 \right] = 0,179 \text{ m}^3$$

Objętość walca V_2 (w nadstawce, czyli skrzynce o wys. h_n)

$$V_2 = \pi R_3^2 h_n = 3,14 \cdot 0,4^2 \cdot 0,1 = 0,050 \text{ m}^3$$

Całkowita objętość „bryły wirtualnej” (nie tylko masa formierska !)

$$V = V_1 + V_2 = 0,229 \text{ m}^3.$$

Cieczą wypartą jest ciekłe żeliwo o gęstości $\rho = 7000$,

Siła wyporu P_w (przyspieszenie ziemskie $g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

$$P_w = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = 7000 \cdot 0,229 \cdot 9,81 = 15\,750 \text{ N}.$$

Siła wynikająca z sumarycznego ciężaru ($m \cdot g$) formy i nadstawki :

$$P_{fn} = g (m_f + m_n) = 9,81 (1300 + 250) = 15\,205 \text{ N}$$

Wypadkowa siła P_g działająca na górną „sferyczną” część formy wynosi

$$P_g = P_w - P_{fn} = 15\,750 - 15\,205 = 545 \text{ N}$$

Warunkiem bezpiecznego zapełnienia formy jest wartość siły uzyskanej przez obciążenie formy spełniającej nierówność :

$$P_{of} > P_g \text{ czyli } P_{of} > 545 \text{ N}$$

Masa obciążnika formy $m_{of} > P_{of} / g = 545 / 9,81$,

.czyli $m_{of} > 56 \text{ kg}$

Rozdział drugi

24. Ćwiczenia laboratoryjne z mechaniki płynów

24. 1. Badanie strat ciśnienia i współczynnika strat liniowych λ podczas

laminarnego przepływu płynu w przewodzie cylindrycznym.

24. 1. 1. Wstęp teoretyczny

Celem ćwiczenia jest poznanie podstawowych parametrów decydujących o kinetyce przemieszczania płynu rzeczywistego z uwzględnieniem zjawisk wywołujących straty energii. Znajomość zagadnienia strat energii przy przepływie ciekłego metalu w kanałach jest istotnym warunkiem prawidłowego doboru i optymalizacji parametrów układu wlewowego. Podstawą koncepcji pomiarowej jest ogólne równanie Bernoulliego przepływu płynu rzeczywistego (przedstawione w p.10 konspektu), które można zapisać w postaci:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} + Z_2 + H_{\text{str.}\lambda} + h_{\text{str.M}} \quad (\text{C1})$$

gdzie: w_1, w_2 – prędkości liniowe dla dwu przekrojów bazowych.

Równanie to zawiera dwa rodzaje strat energetycznych :

- a) $H_{\text{str.}\lambda}$ - straty liniowe uwzględniające proces tarcia, wyrażane za pomocą współczynnika oporów liniowych λ ,
- b) $h_{\text{str.M}}$ - straty miejscowe (lokalne) wynikające ze zmiany kierunku przepływu, zmniejszenia przekroju, zaburzenia ruchu płynu (np. z powodu zasuw, zaworów), wyrażane współczynnikiem oporów miejscowych ζ .

Różnicę wysokości położenia przyjmujemy oznaczać $H_{\text{max}} = Z_1 - Z_2$.

Wartości strat liniowych opisuje zależność:

$$H_{\text{str.}\lambda} = \frac{w^2}{2g} \lambda \frac{L}{d} \quad (\text{C2})$$

Wysokość strat miejscowych (lokalnych) wyraża zależność:

$$h_{\text{str.M}} = \zeta \frac{w^2}{2g} \quad (\text{C3})$$

gdzie: L, d – długość i średnica kanału,

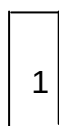
ζ – współczynnik oporów miejscowych (czytaj: dzeta),

g – przyspieszenie ziemskie.

24. 1. 2. Układ pomiarowy i przebieg ćwiczenia

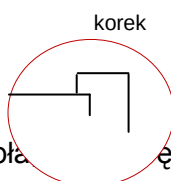
Badania procesu przepływu prowadzi się dla dwu układów o odmiennej geometrii prostego, cylindrycznego przewodu (kanału). Oba układy zilustrowano na rys. 1.

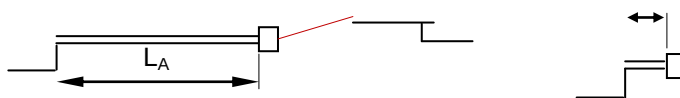
Układ A



2

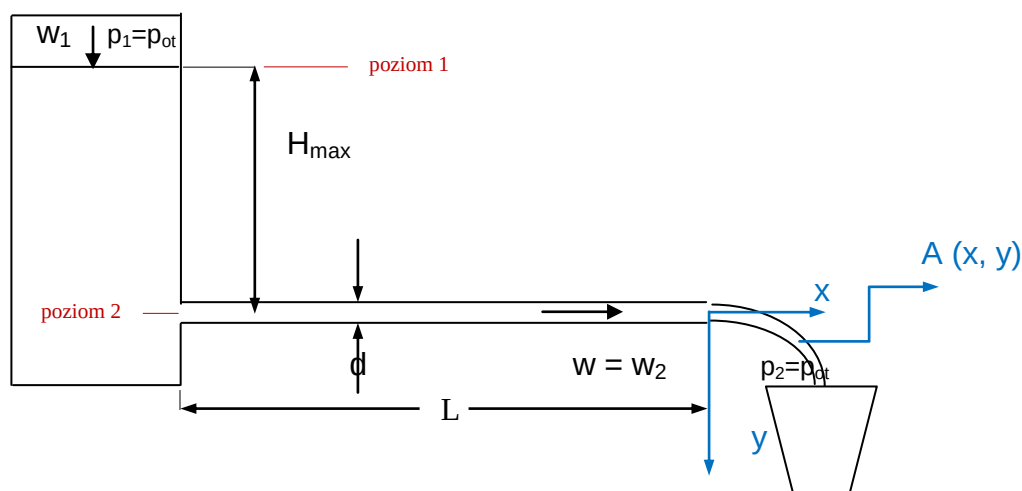
Układ B





Rys. 1. Rodzaje układów (1 – zbiornik, 2 - cylindryczny przewód)

Podstawowe parametry układów A i B przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Schemat układu A (B)

Podstawowym elementem układów A i B jest cienki przewód o średnicy wewnętrznej $d = 3 \text{ mm}$ posiadający długość wynoszącą:

- $L_A = 1300 \text{ mm}$ dla układu A,
- $L_B = 150 \text{ mm}$ dla układu B.

Założenia modelu pomiarowego :

- podczas pomiaru poziom wody w zbiorniku 1 utrzymywany jest na niezmiennym poziomie (poziom ten jest uzupełniany przez dolewanie wody),
- kanal posiada odpowiednio małą średnicę aby przepływający płyn wypełniał jego całą wewnętrzną objętość,
- zakłada się wartość współczynnika strat miejscowych (lokalnych) w obszarze wpływu wody ze zbiornika do poziomego kanału $\zeta_1 = 0,5$,
- przed rozpoczęciem pomiaru wewnątrz przewodu wypełnione jest wodą a jej wypływ uniemożliwia gumowy korek z odpowiednim otworem (zamontowany na końcu kanału)

Ze stałego poziomu wody w zbiorniku wynika $w_1 = 0$. Natomiast ciśnienia p_1 i p_2 są równe ciśnieniu otoczenia p_{ot} . Pozwala to na uproszczenie ogólnego równania bilansu do postaci:

$$H_{\max} = \frac{w_2^2}{2g} + H_{\text{str.}\lambda} + h_{\text{str.M}}$$

Wykonanie pomiaru polega na zapoczątkowaniu przepływu (usunięcie korka) i określenie stoperem interwału czasowego odpowiadającego napełnieniu założonej objętości płynu w naczyniu laboratoryjnym z odpowiednią skalą.

Wykonanie ćwiczenia mógłby ułatwić zawór zamontowany w poziomym kanale ale jego ewentualne zastosowanie spowodowałoby ruch wirowy za obszarem zaworu i brak pewności o przepływie z wypełnieniem całego wewnętrznego przekroju.

W innym wariantcie pomiarowym istnieje możliwość obliczenia średniej liniowej prędkości przepływu, poprzez analizę trajektorii płynu po opuszczeniu kanału, za pomocą pomiaru współrzędnych wybranego punktu A (rys. 2).

Algorytm obliczeń przedstawiony jest w formularzu sprawozdania z ćwiczenia.

24. 1. 3. Arkusz sprawozdania i przykładowe wyniki badań

Mechanika Płynów. Ćwiczenie laboratoryjne nr 1 W3* 19 Kwie 2013

Grzegorz R.	sekc. OD2 1R mgr	Ocena
Temat (1): Badanie strat ciśnienia i współczynnika strat liniowych podczas laminarnego przepływu płynu w przewodzie cylindrycznym		
Wyniki : $w_A = 0,367 \text{ m/s}$, $w_B = 1,206 \text{ m/s}$ $v = 1,0 \cdot 10^{-6}$ Wsp. średnie $\lambda_A = 0,0546$, $\lambda_B = 0,0361$		Data

CEL: określenie współczynników strat liniowych dla kanałów A i B

DANE GEOMETRYCZNE I POMIAROWE

Data pom.	ΔV_A	ΔV_B	$\Delta \tau_A$	$\Delta \tau_B$	L_A	L_B	d	$H_{\max}$	t	ρ
	.dm ³	dm ³	s	s	.m	m	m	.m	°C	kg/ m ³
s. Art.	0,065	0,24	27	27	1,3		0,003	0,162	18	1000
s. Odlew	0,07	0,23	27	27	1,3	0,058	0,003	0,162	20	995

Procedura obliczeń (należy podstawiać do wzorów dane!) :

- 1) objętościowe natężenie przepływu $V^* = \Delta V / \Delta \tau$
- 2) powierzchnia przekroju $F = \pi d^2 / 4$
- 3) średnie prędkości przepływu w_{Asr} , w_{Bsr}
- 4) wartość lepkości kinematycznej wg temperatury,
- 5) liczbę Reynoldsa i rodzaj przepływu dla obu przewodów.
- 6) współczynniki strat liniowych jako funkcji liczby Re,
- 7) współczynniki strat liniowych wg bilansu Bernoulliego (wzór 1),
- 8) średnie wartości współczynników strat liniowych (średnia arytm.),
- 9) wysokość strat liniowych dla kanału A.

Bilans

$$H_{\max} = \frac{w_A^2}{2g} + \zeta_1 \frac{w_A^2}{2g} + \lambda_A \frac{L_A}{d} \frac{w_A^2}{2g} \quad (\text{wzór 1, } \zeta_1 = 0,5)$$

L p	Parametr	Równania i obliczenia	Wynik
1	$V_{A}^*, \text{ m}^3/\text{s}$	$V_A^* = \Delta V_A / \Delta \tau$	0,00000259
	$V_{B}^*, \text{ m}^3/\text{s}$	$V_B^* = \Delta V_B / \Delta \tau$	0,00000852
2	$F, \text{ m}^2$	$F = n d^2 / 4$	0,00000707
3	$w_{srA}, \text{ m/s}$	$w_{srA} = V_A^* / F$	0,367
	$w_{srB}, \text{ m/s}$	$w_{srB} = V_B^* / F$	1,206
4	$\nu, \text{ m}^2/\text{s}$	wg temp. $t=20\text{ }^\circ\text{C}$, $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6}$	$1,0 \cdot 10^{-6}$
5	$Re_A, [-]$	$Re_A = w_A d / \nu_A$	1101
	$Re_B, [-]$	$Re_B = w_B d / \nu_B$	3617
	Rodzaj przepływu A / B	Laminarny / mieszany	L / M
6	$\lambda_1, [-]$	$\lambda_{A1} = 64 / Re_A$	0,0581
		$\lambda_{B1} = 0,316 / Re_B^{0,25}$	0,0407
7	$\lambda_2, [-]$	λ_{A2} wg bilansu (1)	0,0510
		λ_{B2} wg bilansu (1)	0,0355
8	$\lambda_A, [-]$	$(0,0581 + 0,0510)/2$	0,0546
	$\lambda_B, [-]$	$(0,0407 + 0,0355)/2$	0,0361
9	$H_{str.\lambda.A}$	$\lambda_A L_A w_{srA}^2 / (2gd)$	0,162

Wnioski

Liniowa prędkość przepływu płynu w przewodzie krótkim B była około 3,5 razy większa w porównaniu do kanału A..

Uzyskane wartości współczynnika strat liniowych dla przewodu A oraz B zmieniały się w granicach 0,035 do 0,058.

Wartości średnie wyniosły: $\lambda_A = 0,0546$, $\lambda_B = 0,0361$.

Wysokość strat dla kanału A wynosi $H_{str.\lambda.A} = 0,162 \text{ m}$.

24. 2. Badanie strat i oporów lokalnych przy zmiennym kierunku przepływu płynu rzeczywistego dla dwu odmiennych układów

50

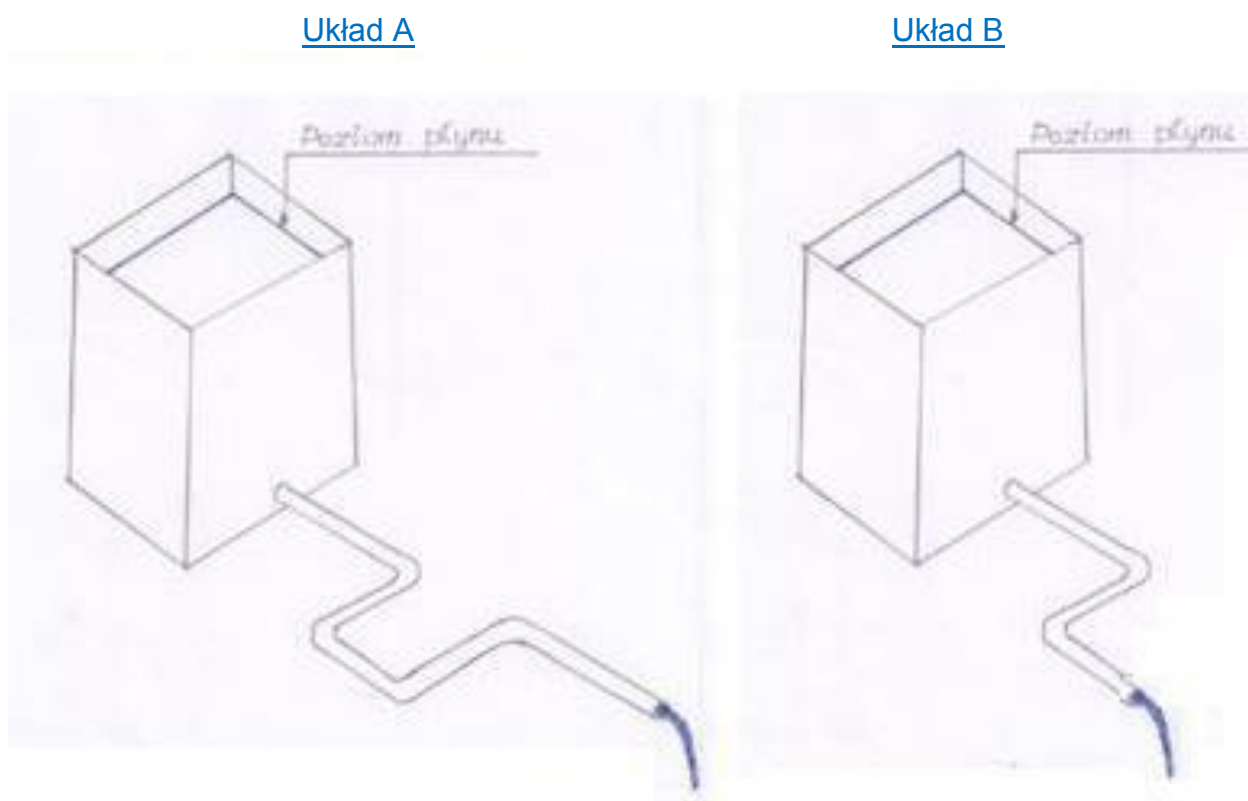
24. 2. 1. Wstęp teoretyczny

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wartości współczynników opisujących straty energetyczne podczas przepływu płynu rzeczywistego (lepkiego i ściśliwego) dla układu w którym występują odmienne lokalne (miejscowe) opory przepływu. Koncepcja badań zakłada, że proces przepływu w układzie modelowym może być opisany ogólnym równaniem Bernoulliego dla płynów rzeczywistych (C1).

24. 2. 2. Układ pomiarowy i przebieg ćwiczenia

Badanie procesu przepływu prowadzi się dla dwu układów. Oba układy złożone są z elementów prostych i kolanek ale różnią się liczbą tych elementów, co powoduje, że występują w nich różne straty energetyczne. Zgodnie z definicją strat do ich określenia potrzebne są wartości współczynników strat liniowych λ i miejscowych ζ . Dwa układy modelowe umożliwiają uzyskanie układu dwu równań bilansu.

Oba układy zilustrowano na rys. 4.



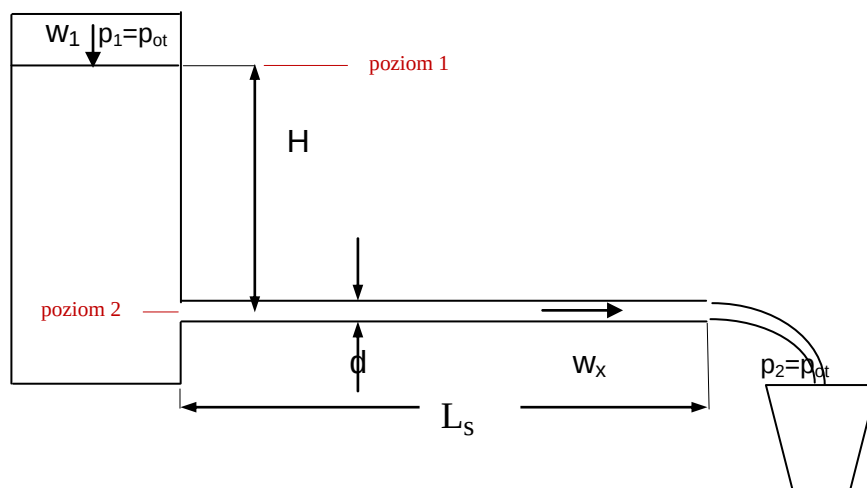
Rys. 4. Szkic układów modelowych.

Założenia modelu pomiarowego :

- podczas pomiaru poziom wody w zbiorniku utrzymywany jest na niezmiennym poziomie (jest uzupełniany przez dolewanie wody),
- przepływający płyn wypełnia całą objętość wewnętrzną przewodu,
- wszystkie elementy składowe obu układów posiadają niezmienną średnicę wewnętrzną $d = 12,7$ mm,
- dla $Re > 3000$ współczynnik strat liniowych wyraża wzór Blasiusa,
- wysokość strat miejscowych (lokalnych) jest taka sama dla obu układów (jednakowy współczynnik ζ) ,
- przed rozpoczęciem pomiaru wewnątrz przewodu wypełnione jest wodą a jej wypływ uniemożliwia elastyczny, stożkowy korek.

Układ A złożony jest z 5. rurek prostych i 4. kolanek (rys.4.); układ B składa się z 3. rurek prostych i 2 kolanek. Wynika stąd sumaryczna długość kanałów $L_A = 1650$ mm i $L_B = 990$ mm. Pomiar przeprowadza się dwukrotnie, ponieważ układ o kształcie B powstaje z częściowego demontażu układu A.

Rys. 5 ujmuje podstawowe parametry do zapisu bilansu dla obu układów.



Rys. 5. Schemat układu A (B)

Bilansu dla obu układów prowadzi do następującego układu równań:

Układamy równanie Bernoulliego dla układu 2 (3 elementy proste i 2 kolanka) dla przekrojów 0- 0 i 1-1

$$H + \frac{p_{ot}}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_{ot}}{\rho g} + \frac{w_A^2}{2g} + \zeta_1 \frac{w_A^2}{2g} + 4\zeta_2 \frac{w_A^2}{2g} + \frac{w_A^2}{2g} \lambda \frac{L_A}{d} \quad (5)$$

oraz

$$H + \frac{p_{ot}}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_{ot}}{\rho g} + \frac{w_B^2}{2g} + \zeta_1 \frac{w_B^2}{2g} + 2\zeta_2 \frac{w_B^2}{2g} + \frac{w_B^2}{2g} \lambda \frac{L_B}{d} \quad (6)$$

Po uproszczeniach :

$$H = \frac{w_A^2}{2g} + \frac{w_A^2}{2g} (\zeta_1 + 4\zeta_2) + \frac{w_A^2}{2g} \lambda \frac{L_A}{d} = \frac{w_A^2}{2g} + \Delta H_{str.A} \quad (7)$$

Oraz

$$H = \frac{w_B^2}{2g} + \frac{w_B^2}{2g} (\zeta_1 + 2\zeta_2) + \frac{w_B^2}{2g} \lambda \frac{L_B}{d} = \frac{w_B^2}{2g} + \Delta H_{str.B} \quad (8)$$

Równania (7) i (8) stanowią podstawę algorytmu obliczeń, który będzie wykorzystany w arkuszu obliczeniowym.

24. 2. 3. Arkusz sprawozdania i przykładowe wyniki badań

Sprawozdanie z ćwiczenia laboratoryjnego nr 2

Mechanika Płynów. Ćwiczenie laboratoryjne nr 2 * W4 *

Grzegorz R.	sekc OD2 1R mgr	Ocena
Temat (2): Badanie strat i oporów lokalnych przy zmiennym kierunku przepływu płynu rzeczywistego dla dwu odmiennych układów #.		
Wyniki: $w_A = 0,6582$, $w_B = 0,8059$, $Re_A = 7885$, $Re_B = 9656$ Wsp. oporów lokalnych: $\zeta_1 = 0,271$, $\zeta_2 = 0,806$		Data: kwiec. 2013

DANE GEOMETRYCZNE I POMIAROWE

	ΔV_A	ΔV_B	$\Delta \tau_A$	$\Delta \tau_B$	L_A	L_B	d	F	H_{max}	t	ρ
Grupa	.dm ³	dm ³	s	s	.m	.m	mm	m ²	.m	°C	kg/m ³
s.Art.	5	5	60	49	1,65	0,99	12,7	0,0001266	0,16	20	1000
s.Odl.											

Procedura obliczeń (wg danych z tabeli wyników) :

- objętościowe natężenie przepływu $V^* = \Delta V / \Delta \tau$
- powierzchnia przekroju $F = \pi 0,0127^2 / 4$,
- średnie prędkości liniowe przepływu w_A , w_B
- sumaryczna wysokość strat ciśnienia (lokalnych i liniowych) dla obu układów,
- stratę ciśnienia dla układu A,
- określenie lepkości kinematycznej,
- obliczenie liczb Reynoldsa i rodzaju przepływu dla obu układów.
- wyznaczenie współczynników strat liniowych wg wzoru Blasiusa,
- suma oporów lokalnych X_A i X_B dla układu A i B,
- wyznaczenie wartości współczynników oporów lokalnych.

	Parametr	Równania i obliczenia (należy podstawić wartości)	Wynik
A	$V_{A}^*, \text{ m}^3/\text{s}$	$V_A^* = \Delta V_A / \Delta \tau$	0,000083
	$V_{B}^*, \text{ m}^3/\text{s}$	$V_B^* = \Delta V_B / \Delta \tau$	0,000102
B	$F, \text{ m}^2$	$F = \pi d^2 / 4$	0,0001266
C	$w_A, \text{ m/s}$	$w_A = V_A^* / F$	0,6582
	$w_B, \text{ m/s}$	$w_B = V_B^* / F$	0,8059
D	$\Delta H_{\text{str A}}, \text{ m}$	$\Delta H_{\text{str A}} = H_{\text{max}} - w_A^2 / (2 g)$	0,1379
	$\Delta H_{\text{str B}}, \text{ m}$	$\Delta H_{\text{str B}} = H_{\text{max}} - w_B^2 / (2 g)$	0,1269

E	$\Delta p_{\text{strA}}, \text{ Pa}$	$\Delta p_{\text{strA}} = \rho g \Delta H_{\text{str}}$	1353
F	$\nu, \text{ m}^2/\text{s}$	wg temp. $t=20^\circ\text{C}$, $\nu = 1,06 \cdot 10^{-6}$	$1,06 \cdot 10^{-6}$
G	$\text{Re}_A, [-]$	$\text{Re}_A = w_A d / \nu_A$	7885
	$\text{Re}_B, [-]$	$\text{Re}_B = w_B d / \nu_B$	9656
	Rodzaj przepływu A / B	Mieszany / mieszany	-
H	$\lambda, [-]$	$\lambda_A = 0,316 / \text{Re}_A^{0,25}$ $\lambda_B = 0,316 / \text{Re}_B^{0,25}$	0,0335 0,0318
I*	$X_A = \zeta_1 + 4 \zeta_2$	Wg wzoru (*1)	1,89
	$X_B = \zeta_1 + 2 \zeta_2$	Wg wzoru (*1)	1,35
J	ζ_1		0,806
	ζ_2		0,271

$$(*1) \quad X_A = 2 g H_{\text{max}} / W_A^2 - 1 - \lambda_A L_A / d, \quad X_B = 2 g H_{\text{max}} / W_B^2 - 1 - \lambda_B L_B / d$$

WNIOSKI

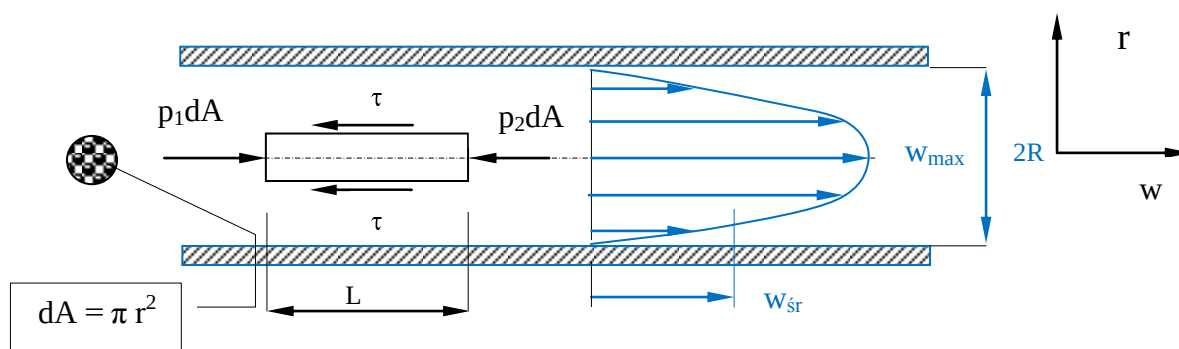
Z otrzymanych wartości liczb Reynoldsa wynika, że w układzie A i B występuje przepływ mieszany. Dwa bilanse energii pozwalają na wyznaczenie dwu szukanych oporów lokalnych ζ_1 i ζ_2 .

24. 3 Badanie parametrów płynu w oparciu o model przepływu Hagena –Poiseuille’ a

51

24. 3. 1. Wstęp teoretyczny

Model Hagen-Poiseuille'a dotyczy ustalonego, laminarnego przepływu płynu lepkiego i nieściśliwego w prostym przewodzie poziomym o niezmiennym przekroju kołowym. Można go zilustrować następującym schematem



Równanie rozkładu prędkości w przekroju kołowym ma postać :

$$w = \frac{p_{\text{str}}}{4 \mu L} (R^2 - r^2) \quad [\text{m/s}]$$

Średnią prędkość liniową wyraża zależność : $w_{\text{sr}} = \frac{p_{\text{str}} d^2}{32 \mu L} = \frac{p_{\text{str}} d^2}{32 \rho \nu L}$

Objęściowe natężenie przepływu wynosi

$$V^* = w_{\text{sr}} \pi R^2 = \frac{\pi p_{\text{str}}}{8 \mu L} R^4 = \frac{\pi p_{\text{str}}}{128 \mu L} D^4 \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

gdzie: L – długość kanału,

ν - lepkość kinematyczna,

μ – lepkość dynamiczna, $\mu = \rho \nu$,

$[\text{m}^2/\text{s}]$

$[\text{Pa s}]$

24. 3. 2. Układ pomiarowy i przebieg ćwiczenia

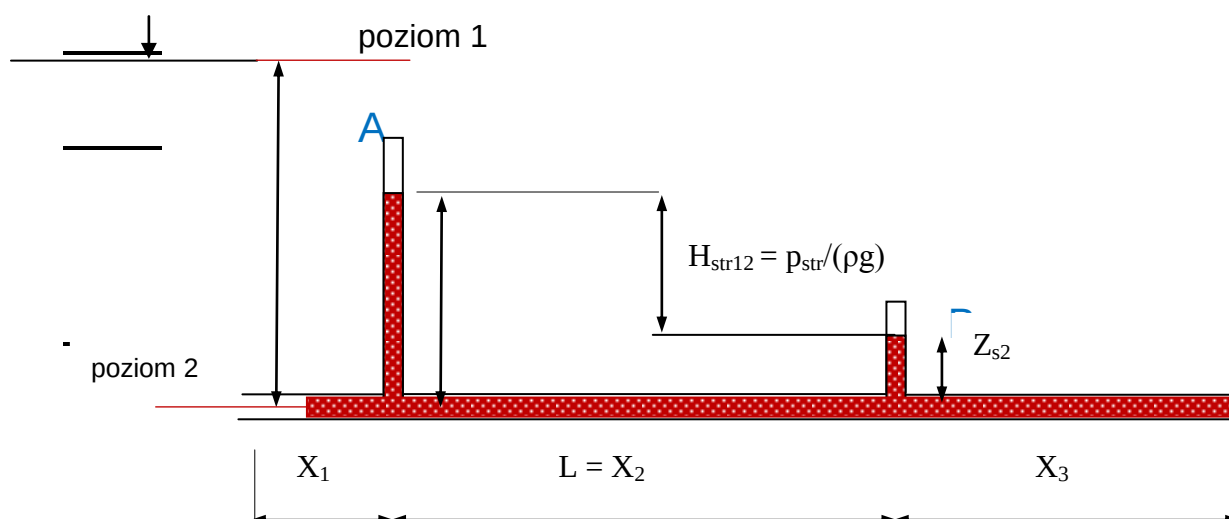
Badania procesu przepływu prowadzi się dla układu pozwalającego w łatwy sposób wyznaczyć wartość straty ciśnienia odpowiadającej znanej wartości odcinka cylindrycznego przewodu. Jego ważną zaletą jest wyeliminowanie, w matematycznym opisie procesu, wpływu oporu lokalnego w miejscu przepływu ze zbiornika do poziomego kanału. Schemat układu doświadczalnego przedstawia rysunek. Układ składa się z:

- zbiornik z wodą ,
- przewód miedziany o średnicy wewnętrznej $d_w = 3\text{mm}$,
- dwie rurki piezometryczne metalowe przylutowane do rurki poziomej,
- dwie przezroczyste rurki plastikowe (A, B).

$$w_1 = 0$$

$$p_{\text{ot}}$$

ów oraz Wymiana ciepła, masy i pędu w proc. odlewniczych. #MM55 A. Gradowski



Wysokość strat ciśnienia na odcinku bazowym L opisuje wzór

$$\Delta H_{\text{str}} = Z_{s1} - Z_{s2}$$

Natomiast spadek ciśnienia na odcinku L może być wyrażony ;

$$p_{\text{str}} = \rho g \Delta H_{\text{str}}$$

W procedurze obliczeń następuje określenie następujących parametrów przepływu:

1. objętościowego natężenie przepływu $V^* = \Delta V / \Delta \tau$
2. średniej prędkości przepływu w_{sr}
3. wysokość strat ciśnienia wg wartości piezometrycznych Z_{s1}, Z_{s2} ,
4. straty ciśnienia p_{str} ,
5. współczynnika strat liniowych ,
7. liczby Reynoldsa potwierdzającej przepływ laminarny,
8. lepkości kinematycznej.

Obliczenia kończy się sprawdzeniem ich dokładności według prędkości liniowej obliczonej zgodnie z prawem Hagen- Poiseuille'a.

24. 3. 3. Arkusz sprawozdania i przykładowe wyniki badań

Antoni G.	W3	sekc.O2	1R mgr	Data .06.2013
-----------	----	---------	--------	---------------

Temat (3): Badanie parametrów płynu w oparciu o model przepływu Hagen –Poiseuille' a	
Wartość lepkości kin. $\nu = 8,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Wartość wsp. $\lambda = 0,038$.	Ocena

Równanie opisujące prędkość liniową (przewód cylindryczny, prosty i gładki, ruch laminarny)

$$w_{sr} = \frac{d^2 \Delta p_{str}}{32 \mu L} = \frac{d^2 \Delta p_{str}}{32 \rho \nu L} \quad (C1)$$

WARUNKI GEOMETRYCZNE I DANE POMIAROWE

Data pom.	ΔV	$\Delta \tau$	d	X_1	L^A	F	H_{max}	Z_{s1}	Z_{s2}	ρ
7.06	dm^3	s	m	m	m	m^2	mm	mm	mm	kg/m^3
Wer1	0,2	60	0,003	0,11	0,39		192	136	33	1000
Wer2	0,2	62	0,003	0,11	0,39	$7,02 \cdot 10^{-6}$	190	135	32	1000

A – odległość pionów piezometrycznych # temp. . wody $t = \text{ok. } 25^\circ\text{C}$.

Zalecana kolejność obliczeń (należy podstawiać do wzorów dane!):

6. objętościowe natężenie przepływu $V^* = \Delta V / \Delta \tau$
7. powierzchnia przekroju $F = \pi d^2 / 4$,
8. średnia prędkość przepływu w_{sr}
9. wysokość strat ciśnienia wg wartości piezometrycznych z_1, z_2 ,
10. straty ciśnienia, 6) współczynnik strat liniowych,
9. liczba Reynoldsa i (7a) sprawdzenie rodzaju przepływu,
10. lepkość kinematyczną,
11. sprawdzenie w_{sr} wg wzoru (C1)

WYNIKI (Lab3)

L p	Parametr	Równania i obliczenia (należy podstawiać wartości)	Wynik
1	$V^*, \text{m}^3/\text{s}$	$V^* = \Delta V / \Delta \tau =$	0,0000033333 0,0000032258
2	F, m^2	$F = \pi d^2 / 4 =$	0,000007065
3	$w_{sr}, \text{m/s}$	$w_{sr} = V^* / F =$	0,471809 0,45659
4	$\Delta H_{str}, \text{m}$	$\Delta H_{str} = z_1 - z_2 =$	0,056 0,055
5	p_{str}, Pa	$p_{str} = \rho g \Delta H_{str} =$	549,36 539,55
6	$\lambda, [-]$	$\lambda = \frac{p_{str} \cdot 2d}{\rho L w_{sr}^2} =$	0,037967 0,039817
7	$Re, [-]$	$Re = 64 / \lambda$	1685,658 1607,363
7a	Rodzaj przepływu	Laminarny	Przepływ ** L M T
8	$\nu, \text{m}^2/\text{s}$	$\nu = w d / Re$	$8,4 \cdot 10^{-7}$
9	$w_{sr,HP}$	$w_{sr,HP} = \frac{d^2 \cdot \Delta p_{str}}{32 \rho \nu L} =$	0,472

A. G.

24. 4. Analiza procesu wymiany ciepła przy laminarnym przepływie płynu w kanale cylindrycznym (model Siedera – Tate' a).

24. 4. 1. Wstęp teoretyczny i cel ćwiczenia

Badania wymiany ciepła przy wymuszonym przepływie płynów w kanałach pozwoliły na sformułowanie podstawowych liczb podobieństwa (kryteriów) opisujących ten proces w oparciu o liczbę Nusselta.. Główne kryteria to:

a) kryterium Nusselta: $Nu = \alpha \cdot \frac{d_e}{\lambda_m}$

b) kryterium Reynoldsa: $Re = w \frac{d_e}{\nu_m} = G \frac{d_e}{F \mu_m}$

c) kryterium Prandtla: $Pr = \frac{\nu_m}{a_m}$

d) kryterium Grashofa: $Gr = \beta_m \nu_m^{-2} g d_e^3 \Delta T$

e) liczba Pecleta : $Pe = Re Pr$

α - współczynnik przejmowania ciepła,

d_e – charakterystyczny (ekwiwalentny) wymiar liniowy ciała, [m],

λ_m - współczynnik przewodzenia ciepła płynu, W/ (m K), dla temperatury średniej płynu w kanale T_f (średnia arytmetyczna),

w – średnia prędkość liniowa płynu w kanale , m/s

ν_m - lepkość kinematyczna płynu, [m²/ s],

G - masowe natężenie przepływu płynu przez kanał, kg/ s,

F – pole powierzchni przekroju kanału, m² ,

a_m - współczynnik wyrównywania temperatury medium, [m²/ s],

μ_m - lepkość dynamiczna płynu, ($\mu_m = \rho \nu_m$), [m²/ s],

ρ_m – gęstość płynu, kg/ m³ ,

β_m – współczynnik rozszerzalności objętościowej płynu, [K⁻¹], równa dla gazów :

$$\beta = \frac{1}{(T + 273)}$$

Ogólne równanie kryterialne można zapisać w postaci:

$$Nu = C \cdot Re^{n_1} Pr^{n_2} Gr^{n_3} (d/L)^{n_4} (\mu_m / \mu_w)^{n_5}$$

gdzie : C, n_1, n_2, n_3, n_4 – stałe (współczynniki),

m – indeks oznaczający wartość dla płynu,

w – indeks oznaczający wartość dla temperatury powierzchni kontaktu (**w**all – ścianka).

Przyjęty model matematyczny oparty jest na badaniach Siedera –Tate'a . Zgodnie z tym modelem dla laminarnego przepływu płynu równanie opisujące liczbę Nusselta ma postać :

$$\text{lub } Nu = 1,86 \cdot (Re \, Pr \, d/L)^{1/3} (\mu_f / \mu_w)^{0,14}$$

$$Nu = 1,86 \cdot (Gz)^{1/3} (\mu_f / \mu_w)^{0,14}$$

gdzie: $Gz = Re \, Pr \, d/L$

d – wewnętrzna średnica kanału,

L – długość kanału,

Gz – liczba Graetza.

Warunkami, dla których opracowano tę zależność są:

- a) $Re < 2300$,
- b) $Re \, Pr \, d/L > 13$
- c) $Gz^{0,5} (\mu_f / \mu_w)^{0,14} > 2$

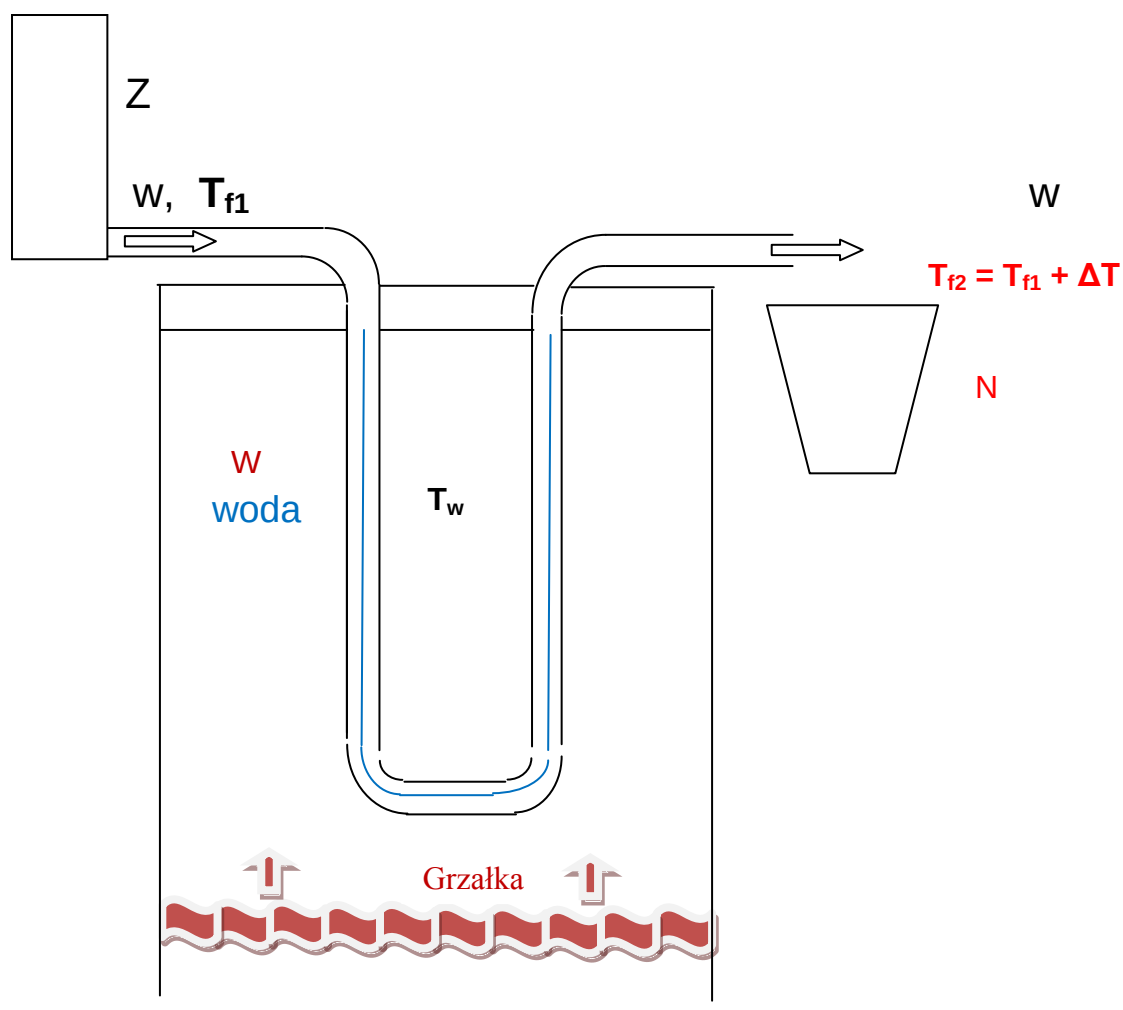
Celem ćwiczenia jest doświadczalne sprawdzenie modelu nagrzewania płnu w kanale według zależności Siedera –Tate’a.

24. 4. 2. Układ pomiarowy i przebieg ćwiczenia

W układzie pomiarowym występują następujące elementy:

- a) zbiornik **W** z ciepłą wodą o podgrzewanej za pomocą elektrycznej grzałki G i posiadającej temperaturę T_w ,
- b) zbiornik **Z** z wodą o temperaturze t_1 ($t_1 < t_2$) wypływającą pod stałym ciśnieniem do zgiętego przewodu miedzianego (zanurzonego w płynie o temperaturze T_w),
- c) naczynie **N** do gromadzenia wypływającej, podgrzanej wody, pozwalające na pomiar wzrostu temperatury płynu ΔT oraz prędkości przepływu w oparciu o jego natężenie.

Nagrzewanie wody zachodzi w obszarze o długości L, która oznaczona jest na rysunku kolorem niebieskim. Przepływ następuje przy stałej prędkości w.



Rys. 3. Schemat układu do ćwiczenia laboratoryjnego nr 4
(długość niebieskiej linii wyraża długość kanału „L” w obszarze nagrzewania)

Przeprowadzenie doświadczenia polega na wyznaczeniu :

1. temperatury wody zimnej w zbiorniku Z,
2. temperatury otoczenia kanału (W) równej T_{ot} ,
3. przyrostu temperatury odniesionego do długości kanału L.

W oparciu o zmierzone parametry procesu nagrzewania wyznacza się – w oparciu o zależność Siedera- Tate’a - teoretyczną długość obszaru nagrzewania L e celu jej porównania z wartością wynikającą z geometrii układu.

24. 4. 3. Arkusz sprawozdania i przykładowe wyniki badań

(4) **Mechanika Płynów**. w8 Ćwiczenie laboratoryjne nr 4 LLL4 A ... czerw 2013

Nazwisko i imię Św. Marek sekcja odlewnictwo 1R mgr	Data 18.06.2013
Temat (4): Analiza procesu wymiany ciepła przy przepływie płynu w kanale cylindrycznym (model Siedera-Tate'a)	Uwagi
Wyznaczona wartość liczby Nu = 9,06 , Współczynnik wym. ciepła $\alpha = 1902$ Liczba Reynoldsa Re = 1774 , Długość kanału obliczona $L_{ob} = 0,24$ m.	Ocena

Równanie opisujące liczbę Nusselta:

$$Nu = 1,86 (Re Pr d/L)^{1/3} (\mu_f / \mu_w)^{0,14}$$

Data pomiaru	$w_{\text{śr}}$	T_w	T_{f1}	ΔT	T_{fsr}	d	$L_{\text{kanału}}$
	.m /s	°C	°C	K	°C	m	.m
18.06	0,4	55	28	20	38	0,003	0,28

Średnie parametry wody, $\lambda_{\text{śr}} = 0,628 \text{ W/(m K)}$, $\rho_{\text{śr}} = 992 \text{ kg/ m}^3$, $c_{\text{śr}} = 4203 \text{ J/ (kg K)}$]

L p	Parametr	Równania i obliczenia (należy podstawić wartości)	Wynik
1	T_{f2} , °C	$T_{f2} = T_{f1} + \Delta T = 28 + 20$	48
2	T_{fsr} , °C	$T_{\text{fsr}} = T_{f1} + \Delta T / 2 = 28 + 10$	38
3	Powierz. F , m ²	$F = 3,14 / 4 \cdot d_2$	$7,07 \cdot 10^{-6}$
3	. m* , kg/ s	$(\rho = 992), m^* = F w_{\text{śr}} \rho = 7,07 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4 \cdot 992$	$2,805 \cdot 10^{-3}$
4	v_1	$v = (1,671 - 0,0427 T_{f1} + 0,00053 T_{f1}^2 - 0,0000025 T_{f1}^3) \cdot 10^{-6} =$	$0,836 \cdot 10^{-6}$
	v_2	j. w.	$0,566 \cdot 10^{-6}$
	v_{fsr}	j. w.	$0,677 \cdot 10^{-6}$
5	Re _{sr} , [-]	$Re = \frac{w_{\text{śr}} \cdot d}{v} = \frac{0,4 \cdot 0,003}{0,677 \cdot 10^{-6}}$	1774
6	Pr _{sr} , [-]	$Pr = \rho_{\text{śr}} c_{\text{śr}} v_{\text{fsr}} / \lambda_{\text{śr}}$	4,51
7	Pe _{sr} , [-]	$Pe_{\text{sr}} = Re_{\text{sr}} Pr_{\text{sr}} = 1774 \cdot 4,51$	8006
8	v_{fsr} / v_w	$v_{\text{fsr}} / v_w = \mu_{\text{fsr}} / \mu_w$	1,45
9	$(\mu_{\text{fsr}} / \mu_w)^{0,14}$		1,05
10	Gz (L=0,2)	$Gz = Pe \cdot d / 0,2$	119

Poniższa tabela przedstawia następujące parametry procesu wymiany ciepła

1. Liczba Graetza $Gz = Pe \cdot d / L$
2. Liczba Nusselta wg wzoru Siedera Tate'a :

$$Nu = 1,86 Gz^{1/3} (\mu_f / \mu_w)^{0,14}$$

3. Współczynnik przejmowania ciepła $\alpha = Nu \lambda_{30} / d = 0,624 Nu / 0,003$
4. Ciepło akumulowane w płynie jako funkcja masy i przyrostu temperatury Q_{ak} ,
 $Q_4 = Q_{ak} \cdot m^* \cdot c_p (T_{f2} - T_{f1}) = 237 \text{ [J/ s]}$
5. Ciepło akumulowane wynikające z bilansu dla warunków brzegowych Newtona (WB 3 rodzaju)
 $Q_5 = \alpha F_{cyl} (T_w - T_{fsr}) \text{ , [J/ s]}$
6. Bezwymiarowy błąd bilansu $b = 100 \cdot (Q_4 - Q_5) / Q_4$
 (przyjmujemy zgodność bilansu dla $b < 2 \%$)

L, m	Gz	Nu	α	Q_4	Q_5	b [%]
0,1	238	12,1	2546	235	131	44,1
0,2	119	9,62	2021	235	209	11,2
0,3	79,4	8,41	1766	235	274	- 16,4
0,25	95,3	8,93	1876	235	243	- 3,1
0,24	99,3	9,06	1902	235	236	- 0,3

Podsumowanie i wnioski.

Długość rzeczywista (zmierzona) kanału w badanym układzie wynosiła $L_{rz} = 0,28 \text{ m}$ a wartość obliczona wg wzoru Siedera Tate'a wynosi $L = 0,24 \text{ m}$

25. Literatura

1. Z. Orzechowski : Mechanika płynów w ochronie środowiska 2001.
2. E. Burka, T. Nałęcz : Mechanika płynów w przykładach. Teoria – zadania – rozwiązania. PWN . W-wa 1999.
3. H. Walden , J. Stasiak : Mechanika cieczy i gazów w inżynierii sanitarnej. Arkady. W-wa 1971.
4. R. A. Duckworth: Mechanika płynów. WNT. W-wa 1983.
5. B. Staniszewski: Wymiana ciepła. Podstawy teoretyczne. PWN. W-wa 1979.
6. S. T. Wiśniewski : Wymiana ciepła. WNT. W-wa 1994.
7. T. Hobler : Ruch ciepła i wymienniki. WNT. W-wa 1979.
8. R. Gryboś: Zbiór zadań z technicznej mechaniki płynów. PWN SA. W-wa 2002.
9. C. Podrzucki : Żeliwo. Struktura, własności, zastosowanie. ZG STOP . Kraków 1991. Tom 2 (s. 170)
10. W. Krajewski: Wykłady z przedmiotu „Mechanika Płynów” (niepublikowane, 2007 do 2011).
11. A. Gradowski: Konspekt do przedmiotów „Termodynamika i technika cieplna” i „Wymiana ciepła, masy i pędu w procesach odlewniczych” (2013, wersja TTT88).

26. Dodatek 1. Rurka Pitota jako czujnik prędkości samolotu



27. Dodatek 2. Podciśnienie i prawo Pascala



Zadanie 19

W oparciu o powyższą ilustrację zapisać bilans ciśnień.

28. Dodatek 3. Trzy sentencje

- ^ Równania są ważniejsze od polityki, polityka jest istotna dziś,
a równania są wieczne ^ (Albert Einstein)
- ^ Temu, kto nie zna matematyki, trudno spostrzec głębokie piękno przyrody ^
(Richard Feynman)
- ^ Jeśli sądzisz, że rozumiesz mechanikę płynów, to nie rozumiesz mechaniki płynów ^
(prawie Richard Feynman)

Podziękowanie

Składam gorące podziękowanie Dziekanowi Prof. dr hab. inż. Witoldowi Krajewskiemu, który zachęcił mnie do napisania tego konspektu oraz udzielił mi cennych wskazówek podczas jego przygotowania.

Dziękuję również drowi inż. Januszowi Burasiowi i mgr inż. Grzegorzowi Piwowarskiemu za dużą pomoc i udział we wstępnych badaniach niezbędnych do weryfikacji nowych tematów ćwiczeń laboratoryjnych.

Uwagi końcowe

1. Każdy dobry konspekt musi posiadać nieco błędów (*errare humanum est*)
2. Feci quod potui, faciant meliora potentes.

MM52